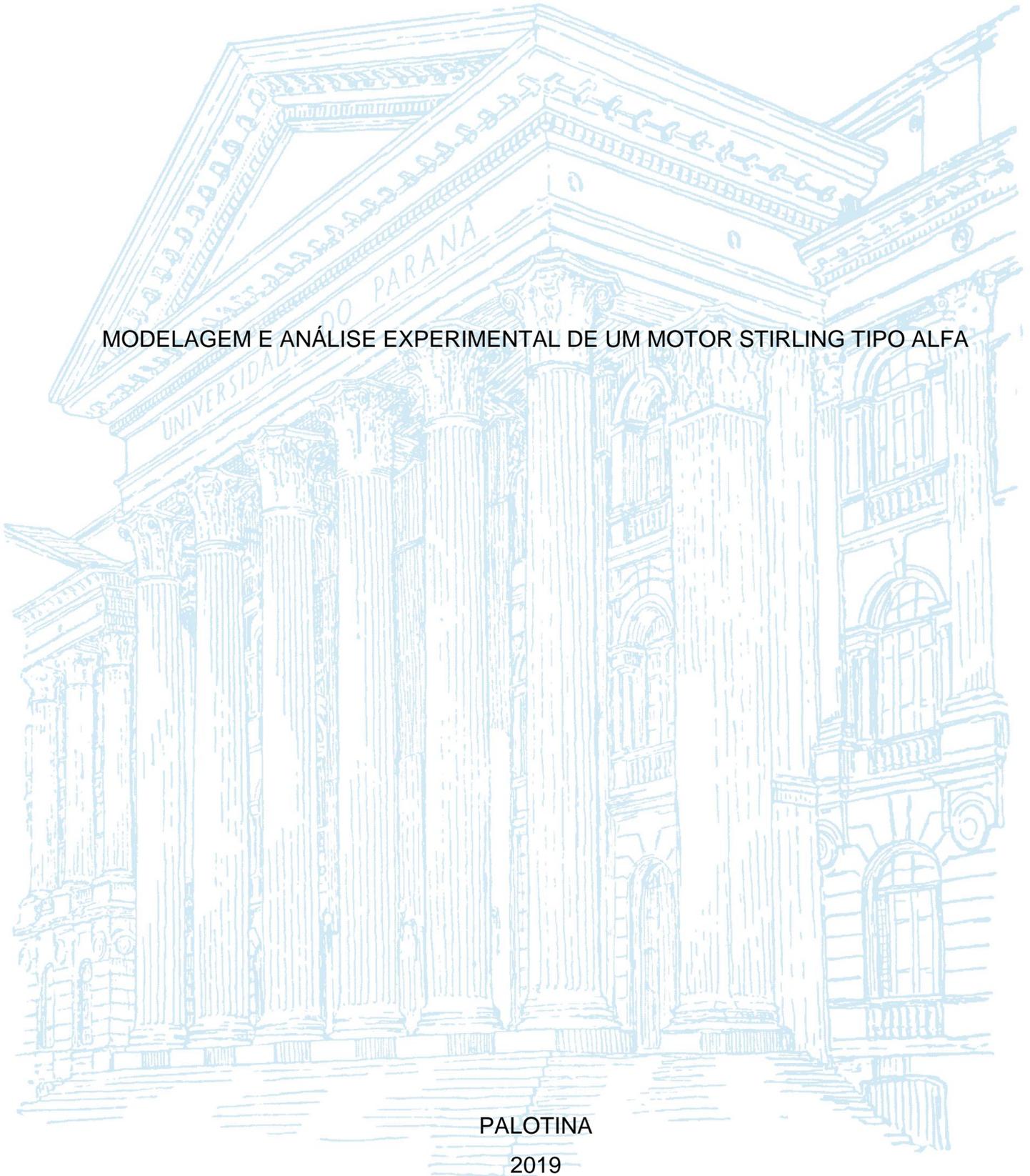


UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

NATHALIA HELOISA DULLIUS

MODELAGEM E ANÁLISE EXPERIMENTAL DE UM MOTOR STIRLING TIPO ALFA



PALOTINA

2019

NATHALIA HELOISA DULLIUS

MODELAGEM E ANÁLISE EXPERIMENTAL DE UM MOTOR STIRLING TIPO ALFA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Graduação em Engenharia de Energia, Setor de Palotina, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharela em Engenharia de Energia.

Orientador: Prof. Dr. Wilson de Aguiar Beninca

PALOTINA

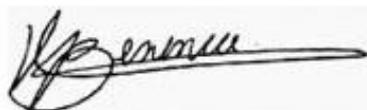
2019

TERMO DE APROVAÇÃO

NATHALIA HELOISA DULLIUS

MODELAGEM E ANÁLISE EXPERIMENTAL DE UM MOTOR STIRLING TIPO ALFA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Graduação em Engenharia de Energia, da Universidade Federal do Paraná, Setor Palotina, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Energia.



Prof. Dr. Wilson de Aguiar Beninca

Orientador – Departamento de Engenharias e Exatas, UFPR



Prof. Dr. Eduardo Lucas Konrad Burin

Departamento de Engenharias e Exatas, UFPR



Prof. Me. Mauricio Romani

Departamento de Engenharias e Exatas, UFPR

Palotina, 05 de julho de 2019.

Dedico este trabalho aos meus pais, pelo esforço em me prover uma ótima educação e valores morais e éticos.

AGRADECIMENTOS

Sou imensamente grata ao meu orientador, Prof. Dr. Wilson de Aguiar Beninca, pela valiosa orientação e seu apoio incomparável oferecido para a minha pesquisa. Seu conhecimento e conselhos foram de grande importância para alcançar os resultados desejados.

Reconheço profundamente a ajuda do meu grande amigo Eduardo Marcelo Sakaguti e meus colegas Allan Daniel da Silva e Adriel Figueiredo pela colaboração no desenvolvimento deste trabalho.

À minha família e amigos pelo apoio moral ao longo da pesquisa.

RESUMO

O motor Stirling é uma máquina térmica de combustão externa criada em 1816 por Robert Stirling, essa sua característica amplia o rol de fontes de calor que podem ser utilizadas. As energias renováveis que se destacam como fontes de calor para o acionamento do motor Stirling são: a queima direta ou gaseificação da biomassa e concentradores solares, conhecidos também por *Dish Stirling*. Os motores Stirling podem atingir eficiências de 30% na geração térmica e 90% na cogeração, com isso, pesquisas para o desenvolvimento desse motor se intensificaram na última década. Esse trabalho consiste em duas etapas: o desenvolvimento de modelos computacionais e a construção de um protótipo de um motor Stirling do tipo Alfa. Assim, são implementadas as análises de Schmidt e Finkelstein, onde adotou-se um gradiente de temperatura de 220°C entre as fontes quente e fria, rotação de 300 rpm e uma pressão de mínima de 101 kPa. As análises computacionais foram realizadas com o objetivo de avaliar a influência de parâmetros construtivos e operacionais no desempenho do motor. Adicionalmente, um estudo paramétrico foi realizado a fim de analisar a influência da pressão mínima na potência útil gerada pelo motor, onde, a pressão foi variada de 100 a 1000 kPa. Testes foram realizados em um protótipo construído a partir de um compressor de ar, onde constatou-se problemas com vazamentos e transferência de calor entre os permutadores, os quais prejudicaram o acionamento do motor. Com isso, uma bancada de ensaios foi construída a fim de determinar a potência mínima que um motor elétrico deve fornecer para que o motor Stirling entre em operação. Estes ensaios foram realizados sem aquecimento variando a rotação do motor Stirling de 90 a 240 rpm, onde constatou-se que a potência que deve ser fornecida ao motor é maior do que a potência útil obtida durante as análises isotérmica e adiabática. Este resultando evidenciou que o protótipo não é capaz de produzir trabalho útil.

Palavras-chave: Motor Stirling. Configuração Alfa. Isotérmico. Adiabático. Protótipo.

ABSTRACT

The Stirling engine is an external combustion thermal engine created in 1816 by Robert Stirling, this characteristic extends the list of heat sources that can be use. The renewable energies that stand out as heat sources for the Stirling engine are: direct burning or gasification of biomass and solar concentrators, also known as Dish Stirling. Stirling engines can achieve 30% efficiency in thermal generation and 90% in cogeneration, and research for the development of this engine has intensified in the last decade. This work consists of two stages: the development of computational models and the construction of a prototype of an Alpha-type Stirling engine. Thus, the Schmidt and Finkelstein analyzes were implemented, where a temperature gradient of 220 ° C between the hot and cold sources was adopted, a rotation of 300 rpm and a minimum pressure of 101 kPa. The computational analyzes were performed with the objective of evaluating the influence of constructive and operational parameters on the engine performance. In addition, a parametric study was carried out in order to analyze the influence of the minimum pressure on the useful power generated by the motor, where the pressure was varied from 100 to 1000 kPa. Tests were carried out on a prototype built from an air compressor, where it was verified problems with leaks and heat transfer between the exchangers, which impaired the motor drive. With this, a test bench was built to determine the minimum power that an electric motor should provide for the Stirling engine to start up. These tests were carried out without heating by varying the rotation of the Stirling engine from 90 to 240 rpm, where it was verified that the power to be supplied to the motor is greater than the useful power obtained during the isothermal and adiabatic analyzes. This finding evidenced that the prototype is not capable of producing useful work.

Keywords: Stirling engine. Alpha type. Isothermal. Adiabatic. Prototype.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - DIAGRAMA P-V DO CICLO DE CARNOT	23
FIGURA 2 – APRESENTAÇÃO DOS COMPONENTES DURANTE O CICLO STIRLING.....	25
FIGURA 3 - DIAGRAMA P-V E T-S DO CICLO STIRLING IDEAL	25
FIGURA 4 – CICLO ADIABÁTICO SOBREPOSTO AO CICLO IDEAL.....	28
FIGURA 5 – TUBOS EM SERPENTINA E HELOCOIDAL	30
FIGURA 6 – PERMUTADOR DE ARREFECIMENTO TIPO TUBO ALETADO.....	30
FIGURA 7 – ESTRUTURAS METÁLICAS DO REGENERADOR	33
FIGURA 8 – INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE FASE NA POTÊNCIA DO MOTOR	35
FIGURA 9 – DIAGRAMA P-V OBTIDO EM DIFERENTES ÂNGULOS DE FASE	35
FIGURA 10 – CONFIGURAÇÃO TIPO ALFA	36
FIGURA 11 – CONFIGURAÇÃO TIPO BETA	37
FIGURA 12 – CONFIGURAÇÃO TIPO GAMA.....	38
FIGURA 13 – DISTRIBUIÇÃO DA TEMPERATURA DO FLUIDO DE TRABALHO NO MOTOR CONFORME A ANÁLISE DE SCHMIDT	40
FIGURA 14 – ESQUEMA DO MOTOR STIRLING TIPO ALFA UTILIZADO NA ANÁLISE ISOTÉRMICA.....	41
FIGURA 15 – FLUXOGRAMA DO ALGORITMO DO MODELO ISOTÉRMICO.....	44
FIGURA 16 – FLUXOGRAMA DO ALGORITMO DO MODELO ADIABÁTICO.....	45
FIGURA 17 – COMPRESSOR DE AR DOUAT.....	46
FIGURA 18 – FLANGES a) PARA CONEXÃO COM OS CILINDROS b) CONECTADA AOS FLANGES DO REGENERADOR	47
FIGURA 19 – ESTRUTURA DO REGENERADOR.....	48
FIGURA 20 – PRIMEIRA VERSÃO DO MOTOR STIRLING.....	49
FIGURA 21 – ALTERAÇÃO DA SEGUNDA VERSÃO DO MOTOR STIRLING.....	50
FIGURA 22 – BANCADA DE ENSAIOS.....	51
FIGURA 23 – ESPECIFICAÇÕES DO MOTOR DE INDUÇÃO	52
FIGURA 24 – VIARIAÇÃO DOS VOLUMES INSTANTÂNEOS DE COMPRESSÃO, EXPANSÃO E TOTAL	54
FIGURA 25 – DIAGRAMA P-V OBTIDO NA ANÁLISE ISOTÉRMICA.....	55
FIGURA 26 – DIAGRAMA P-V OBTIDO NA ANÁLISE ADIABÁTICA.....	57
FIGURA 27 – COMPARAÇÃO DOS DIAGRAMAS P-V DOS MODELOS	57

FIGURA 28 – DIAGRAMA DE ENERGIA EM UM CICLO.....	59
FIGURA 29 – VARIAÇÃO DE TEMPERATURA NOS CILINDROS	60
FIGURA 30 – DIAGRAMA P-V VARIANDO A PRESSÃO DE MOTAGEM	61
FIGURA 31 – SUBSTITUIÇÕES TRIGONOMÉTRICAS.....	73
FIGURA 32 – DISTRIBUIÇÃO DA TEMPERATURA DO FLUIDO DE TRABALHO CONFORME A ANÁLISE DE FINKELSTEIN.....	77
FIGURA 33 – VOLUME DE CONTROLE GENERALIZADO.....	80

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – PROPRIEDADES DOS FLUIDOS DE TRABALHO.....	31
TABELA 2 – PROPRIEDADES DO MATERIAL DE REGENERADORES COMUNS	33
TABELA 3 – EFEITO DA ALTERAÇÃO DO TIPO DE MATERIAL DA MATRIZ DO REGENERADOR NA PERFORMANCE DO MOTOR.....	34
TABELA 4 – DADOS COMPRESSOR DE AR DOUAT.....	46
TABELA 5 – ESPECIFICAÇÕES DOS PERMUTADORES DE AQUECIMENTO E ARREFECIMENTO DA PRIMEIRA VERSÃO.....	47
TABELA 6 – ESPECIFICAÇÕES DOS PERMUTADORES DE AQUECIMENTO E ARREFECIMENTO DA SEGUNDA VERSÃO.....	50
TABELA 7 – ESPECIFICAÇÕES GEOMÉTRICAS E OPERACIONAIS.....	53
TABELA 8 – RESULTADOS OBTIDOS NA ANÁLISE ISOTÉRMICA (300 rpm).....	55
TABELA 9 – COMPARATIVO ENTRE RESULTADOS DO MODELO ISOTÉRMICO E DA LITERATURA.....	56
TABELA 10 – RESULTADOS OBTIDOS NA ANÁLISE ADIABÁTICA (300 rpm).....	58
TABELA 11 – COMPARATIVO ENTRE RESULTADOS DO MODELO ADIABÁTICO E DA LITERATURA.....	58
TABELA 12 – RESULTADOS OBTIDOS NO ENSAIO.....	62
TABELA 13 – COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES E DO PROTÓTIPO.....	63

LISTA DE SÍMBOLOS

d	- Diferencial exata
dx	- Ângulo de fase
E	- Energia do sistema
E_C	- Energia cinética
E_P	- Energia potencial
m	- Massa
n	- Velocidade angular
P	- Pressão instantânea
$P_{m\acute{a}x}$	- Pressão máxima
$P_{m\acute{e}d}$	- Pressão média
$P_{m\acute{i}n}$	- Pressão mínima
Q	- Quantidade de calor
Q_{ent}	- Quantidade de calor fornecido pela fonte quente
Q_{sai}	- Quantidade de calor rejeitado para a fonte fria
R	- Constante do gás
rev	- Reversível
S	- Entropia
T	- Temperatura
T_C	- Temperatura do espaço de compressão
T_E	- Temperatura do espaço de expansão
T_R	- Temperatura do espaço de regeneração
t	- Temperatura relativa
T_{ck}	- Temperatura da fronteira espaço de compressão/cooler
T_f	- Temperatura da fonte fria
T_h	- Temperatura do aquecedor
T_k	- Temperatura do cooler
T_{kr}	- Temperatura da fronteira cooler/regenerador
T_q	- Temperatura da fonte quente
T_{rh}	- Temperatura da fronteira regenerador/aquecedor
T_{he}	- Temperatura da fronteira aquecedor/ espaço de expansão
U	- Energia interna

- V - Volume total instantâneo
- V_C - Volume instantâneo de compressão
- V_{DC} - Volume morto de compressão
- V_{DE} - Volume morto de expansão
- V_E - Volume instantâneo de expansão
- V_R - Volume do regenerador
- V_{SC} - Volume deslocado de compressão
- V_{SE} - Volume deslocado de expansão
- X_{DC} - Volume morto relativo de compressão
- X_{DE} - Volume morto relativo de expansão
- X_R - Volume morto relativo de regeneração
- v - Volume relativo
- W_C - Trabalho de compressão
- W_E - Trabalho de expansão
- $W_{útil}$ - Trabalho disponível fornecido pelo motor
- x - Ângulo de giro

Letras gregas

- Δ - Variação finita
- δ - Diferencial inexata
- η - Eficiência

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 OBJETIVOS	17
1.1.1 Objetivo geral	17
1.1.2 Objetivos específicos.....	18
2 REVISÃO DE LITERATURA	19
2.1 FUNDAMENTOS TERMODINÂMICOS DAS MÁQUINAS TÉRMICAS.....	19
2.1.1 Estado Termodinâmico.....	20
2.1.2 Primeira lei da Termodinâmica	20
2.1.3 Segunda lei da Termodinâmica	21
2.1.4 Ciclos Termodinâmicos	22
2.1.4.1 Ciclo de Carnot.....	23
2.1.4.2 O ciclo Stirling Ideal	24
2.1.4.3 O ciclo Stirling adiabático	27
2.2 PARÂMETROS QUE AFETAM A EFICIÊNCIA DO MOTOR.....	28
2.2.1 Permutadores de calor	29
2.2.1.1 Permutadores de aquecimento.....	29
2.2.1.2 Permutadores de arrefecimento	30
2.2.2 Efeitos do fluido de trabalho	30
2.2.3 Efeito dos volumes mortos	31
2.2.4 Efeito do regenerador.....	32
2.2.5 Efeitos do ângulo de fase	34
2.3 CONFIGURAÇÕES DOS MOTORES.....	36
2.3.1 Alfa	36
2.3.2 Beta	36
2.3.3 Gama.....	37
2.4 ANÁLISE ISOTÉRMICA DE SCHMIDT.....	38
2.5 ANÁLISE ADIABÁTICA DE FINKELSTEIN	41
3 MATERIAL E MÉTODOS	43
3.1 MODELAGEM ISOTÉRMICA.....	43
3.2 MODELAGEM ADIABÁTICA.....	45
3.3 CONFECÇÃO DO PROTÓTIPO	46
3.3.1 Escolha dos materiais e construção	46

3.3.1.1 Primeira versão.....	47
3.3.1.2 Segunda versão.....	49
3.4 BANCADA DE ENSAIOS	50
4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS	53
4.1 RESULTADOS DAS ANÁLISES COMPUTACIONAIS.....	53
4.1.1 Análise Isotérmica	53
4.1.2 Análise Adiabática.....	56
4.1.3 Estudo paramétrico	60
4.2 RESULTADOS DO MODELO EXPERIMENTAL.....	61
4.2.1 Primeira versão	61
4.2.2 Segunda versão	62
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	64
5.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	64
REFERÊNCIAS.....	66
APÊNDICE 1 – ANÁLISE ISOTÉRMICA DE SCHMIDT	71
APÊNDICE 2 – ANÁLISE ADIABÁTICA DE FINKELSTEIN.....	77
APÊNDICE 3 – ALGORÍTMO DA ANÁLISE ISOTÉRMICA.....	85
APÊNDICE 4 – ALGORÍTMO DA ANÁLISE ADIABÁTICA.....	89

1 INTRODUÇÃO

O motor Stirling é uma máquina térmica de combustão externa criada em 1816 por Robert Stirling, que pode utilizar diversas fontes de energia térmica. Sua estrutura é basicamente composta por um arranjo pistão-cilindro, sendo que no interior do cilindro fica confinado o fluido de trabalho. Vários gases têm sido testados como fluido de trabalho como: ar, hélio, hidrogênio, nitrogênio ou até mesmo misturas desses (SEPÚLVEDA et al., 2008).

Um dos pontos fortes do motor Stirling é a ampla quantidade de combustíveis que podem ser utilizados como fontes de energia térmica externa como por exemplo, gás natural, óleo combustível, biomassa, diesel, solar, gasolina, entre outras (DIAS, 2016).

Os motores Stirling apresentam baixo nível de ruído e baixo custo de manutenção e, além disso, operam bem com combustíveis contendo baixa razão de carbono/hidrogênio, podendo atingir eficiências de 30% na geração térmica e 90% na cogeração (ROSA, 2015) (SEPÚLVEDA et al., 2008).

Outro ponto de destaque dos motores Stirling é a diversidade de aplicações, podendo ser no setor automotivo, sistemas de microgeração de energia elétrica e até mesmo em operações militares e médicas devido a sua operação silenciosa e limpa (TLILI et al., 2006).

Buscando conhecer o potencial do motor Stirling no setor automotivo, uma pesquisa realizada pela *Ford Motor Company* e a *Philips* comparou seu desempenho com um motor de ignição por centelha (KITZNER, 1977). O estudo apresentou resultados positivos, como o aumento da potência, boa operação sob condições de elevadas temperaturas e pressão, economia de combustível e baixas emissões de gases (ERNEST e SHALTNES, 1997). Entretanto, as desvantagens presentes no motor, como a de vedação dos cilindros, controle de velocidade e partida lenta dificultam a implementação do motor Stirling neste setor (DIAS, 2016).

Além disso, há aplicações para o motor a partir de fontes renováveis como biomassa e solar. Uma das configurações para uso de energia solar, utiliza um concentrador solar acoplado ao motor Stirling, do inglês "*Dish Stirling*". A concentração da radiação solar permite alcançar temperaturas superiores, aumentando assim a disponibilidade exergética para a máquina térmica. Este sistema é composto por pratos solares posicionados em pontos estratégicos, buscando o melhor

aproveitamento da radiação. O motor aciona um alternador que gera uma potência elétrica de saída (HILLIG, 2016).

A biomassa, após um processo de fermentação anaeróbica produz o biogás, que por sua vez quando queimado pode ser utilizado para o acionamento de um motor Stirling (DIAS, 2016). Estes sistemas são viáveis em termos de Geração Distribuída (GD), a qual busca a geração de eletricidade próxima ao consumidor, principalmente em áreas isoladas (SEPÚLVEDA et al., 2008).

Outra fonte de combustível para o motor Stirling, esta utilizada pela NASA, é o radioisótopo plutônio-238. Com essa fonte radioativa foi possível a geração de calor e com isso a produção de energia elétrica (DIAS, 2016). A partir de um gerador acoplado ao motor, o sistema foi implementado para abastecer sondas espaciais que operam distantes do sol (CHAN, 2015).

Em contrapartida, alguns problemas técnicos dificultam sua operação e desenvolvimento, tais como: estanqueidade para pressões de operação superiores a atmosférica, tempo de resposta elevado – devido a limitações impostas pelos processos de transferência de calor– e, quando comparado com motores Diesel de mesma potência o seu custo é duas vezes maior (WILKE e LORA, 2004) e (FARIA¹, 2013 apud VIDAL e LIMA, 2014).

Apesar do grande potencial de aplicação desses equipamentos em zonas tropicais, tendo em vista a elevada disponibilidade de radiação solar, bem como a diversidade de espécies que podem fornecer a biomassa, há poucos grupos de pesquisas trabalhando no desenvolvimento tecnológico de motores Stirling, e não há nenhuma empresa produzindo em escala comercial este equipamento de construção relativamente simples em território nacional.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Este trabalho teve como objetivo geral desenvolver duas análises computacionais para modelagem de um motor Stirling tipo Alfa: isotérmica de Schmidt

¹ FARIA, S. **O Ciclo Termodinâmico Stirling**, 2013.

e adiabática de Finkelstein. As análises foram desenvolvidas no software MatLab®, onde buscou-se avaliar a influência de parâmetros construtivos e operacionais no desempenho do motor, adotando ar como fluido de trabalho.

Além disso, o desenvolvimento de um protótipo possibilitou analisar a validade dos resultados obtidos nas simulações.

1.1.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos do trabalho foram:

- a) Apresentar os parâmetros que afetam a eficiência do motor;
- b) Desenvolver o modelo computacional isotérmico a partir da análise de Schmidt;
- c) Desenvolver a análise computacional adiabático a partir da análise de Finkelstein;
- d) Validar as análises isotérmica e adiabática;
- e) Realizar um estudo paramétrico a partir dos modelos computacionais;
- f) Desenvolver um protótipo do motor Stirling tipo Alfa;
- g) Comparar os resultados obtidos nas simulações com os dados do protótipo.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 FUNDAMENTOS TERMODINÂMICOS DAS MÁQUINAS TÉRMICAS

É chamado de sistema a massa ou região no espaço em estudo, podendo ser fechado, isolado ou aberto. Um sistema fechado apresenta uma quantidade fixa de massa, onde apenas calor ou trabalho atravessam a fronteira, além disso, o volume de um sistema fechado pode ou não variar. Um sistema isolado não apresenta transferência de massa ou energia para a vizinhança. O sistema aberto envolve fluxo de massa e de energia pela fronteira. A vizinhança é definida pela massa ou região fora do sistema. E fronteira é a região real ou imaginária, podendo ser fixa ou móvel que separa o sistema da vizinhança (ÇENGEL e BOLES, 2013).

A energia pode ser transferida entre o sistema e a vizinhança por calor e trabalho. A diferença de temperatura é a força motriz para a transferência de calor entre dois sistemas e ocorre sempre do corpo de maior temperatura para o de menor temperatura, por meio de três mecanismos: condução, convecção e radiação. Processos adiabáticos são os quais não envolvem transferência de calor e ocorrem de duas maneiras: dois corpos a mesma temperatura ou um sistema bem isolado, onde pode-se desprezar a transferência de calor através da fronteira. Já a transferência de energia por trabalho está associada a ação de uma força ao longo de uma distância e não necessariamente a uma diferença de temperatura (ÇENGEL e BOLES, 2013).

Para a produção de potência as máquinas térmicas operam em ciclos, isto é, um sistema é submetido a sequência de processos. Com intuito de facilitar a compreensão sobre ciclos termodinâmicos reais, ciclos ideais são utilizados, sendo removidas irreversibilidades e complexidades.

O motor Stirling pode ser definido como uma máquina térmica de combustão externa que opera em um ciclo termodinâmico regenerativo fechado. O termo regenerativo refere-se a um processo que aproveita parte do calor rejeitado em um ciclo para o aquecimento do fluido de trabalho no ciclo seguinte (WALKER, 1980).

O motor é um sistema fechado, ou seja, pela fronteira não há fluxo de massa, apenas de calor e trabalho. O fluxo de calor ocorre pela diferença de temperatura entre os cilindros de expansão e compressão e o fluxo de trabalho pelo deslocamento da

fronteira devido à expansão e compressão do fluido de trabalho movimentando o arranjo pistão-cilindro.

2.1.1 Estado Termodinâmico

O estado termodinâmico de substâncias pode ser definido por meio de equações de estado relacionando pressão, temperatura e volume específico desta substância (ÇENGEL e BOLES, 2013).

Para um gás ideal, sua equação de estado é apresentada na Equação (1).

$$PV = mRT \quad (1)$$

A Equação (1) foi proposta de Émile Clapeyron e é denominada como Equação dos Gases Ideais. A partir dela, pode-se calcular o desempenho do motor utilizando um diagrama P-V, em que o volume, a massa, constante do gás e a temperatura são determinados e a pressão é calculada.

2.1.2 Primeira lei da Termodinâmica

A primeira lei da Termodinâmica aborda a energia como uma propriedade Termodinâmica que estabelece o Princípio da Conservação da Energia, ou seja, a forma de energia pode ser alterada, mas a quantidade total permanece constante.

A energia pode assumir as formas de energia interna, potencial e cinética, entretanto, as energias em forma de trabalho e calor são definidas como energia em trânsito através da fronteira e, sendo assim, não podem ser armazenadas (SMITH, VAN NESS E ABBOTT, 2007).

Deste modo, a variação da energia total do sistema é dada pela soma da variação da energia interna, cinética e potencial, conforme apresentado na Equação (2).

$$dE = dU + dE_C + dE_P \quad (2)$$

A energia interna pode ser definida pela transferência líquida de energia na fronteira do sistema pela forma de calor e trabalho de acordo com a Equação (3).

$$dU = \delta Q - \delta W \quad (3)$$

Na Equação (3), a energia interna é uma função de estado representada por uma diferencial exata (d), diferentemente do calor e do trabalho que dependem do processo termodinâmico, sendo definidos como funções de processo representadas por diferenciais inexatas (δ).

Entretanto, a primeira lei da Termodinâmica não faz restrições segundo a direção do processo, tomando como exemplo uma xícara de café quente em uma sala fria, onde o café recebe calor do ar da vizinhança e esquenta, esse processo não viola a primeira lei, porém na realidade esse processo não ocorre.

Analisando o motor Stirling, a fonte fria não é capaz de fornecer calor para a fonte quente aquecer, exemplificando assim, a falta desta restrição na primeira lei da Termodinâmica.

2.1.3 Segunda lei da Termodinâmica

Um processo só irá ocorrer se forem respeitadas a primeira e a segunda lei da Termodinâmica. A segunda lei garante a integridade do processo avaliando uma propriedade denominada entropia definida indiretamente através de uma pequena variação apresentada na Equação (4).

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad (4)$$

Ao contrário da energia, a entropia é uma propriedade que não se conserva, não pode ser destruída, mas pode ser produzida. A mesma está associada a “desordem” de um sistema e seu crescimento tem a função de mensurar o grau de irreversibilidade de um processo. Para processos finitos reversíveis de transferência de calor, a variação de entropia pode ser obtida pela Equação (5).

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} \quad (5)$$

A Equação (5) foi desenvolvida a partir da desigualdade de Clausius, enunciada pelo físico alemão Rudolf Julius Emanuel Clausius (1822-1888) onde δQ representa o calor cruzando a fronteira do sistema de forma reversível e T a temperatura da fronteira onde ocorre o fluxo de calor. Realizando a integral definida ao longo de toda a fronteira do sistema, determina-se o fluxo de entropia devido a transferência de calor (ÇENGEL e CIMBALA, 2015).

A partir dessa observação conclui-se que, um ciclo só produzirá trabalho de modo contínuo se possuir interação térmica com dois níveis distintos de temperatura. Outra conclusão é que, para o calor fluir do corpo de baixa temperatura para o de alta temperatura, é necessário que haja a introdução de trabalho no sistema. (SONNTAG, BORGNAKKE e WYLEN, 2003).

Sendo assim, a partir da análise da Segunda Lei é impossível construir um motor térmico com 100% de eficiência, pois parte do calor que é fornecido acaba sendo liberado para o reservatório frio (MORAN et al., 2013).

2.1.4 Ciclos Termodinâmicos

O entendimento dos ciclos termodinâmicos é de suma importância, pois a maioria dos dispositivos que geram potência operam em ciclos, porém, uma análise real desses ciclos envolve grande complexidade ao modelo. Para fins de simplificações, é indicado o estudo de um ciclo ideal. Na análise do ciclo ideal, são utilizadas simplificações como: ausência de atrito, não há perda de pressão em tubos e trocadores de calor; a expansão e compressão ocorrem de forma quase estática; o sistema é isolado e as perdas nos trocadores de calor são desprezíveis (ÇENGEL e CIMBALA, 2015).

Os ciclos termodinâmicos são classificados como ciclos a gás ou ciclos a vapor, dependendo da fase do fluido de trabalho, sendo que, em ciclos a vapor o fluido de trabalho alterna entre a fase líquida e de vapor, nos ciclos a gás permanece na fase gasosa durante todo o processo (ÇENGEL e CIMBALA, 2015).

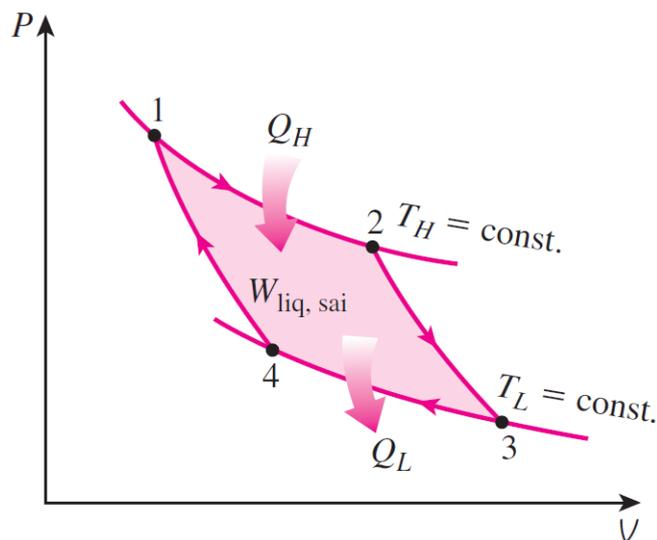
Outra classificação dos ciclos termodinâmicos é a de ciclo fechado e aberto. No ciclo fechado, o fluido de trabalho não é substituído, já no ciclo aberto o fluido de trabalho é renovado a cada ciclo (ÇENGEL e CIMBALA, 2015).

2.1.4.1 Ciclo de Carnot

A máquina térmica de Carnot é um modelo teórico proposto por Nicolas Léonard Sadi Carnot em 1824. O ciclo de Carnot é um modelo ideal reversível com dois processos isotérmicos e dois adiabáticos que apresenta a máxima eficiência térmica que um motor pode atingir entre dois limites de temperaturas (COSTA, 2013).

O diagrama P-V deste motor é apresentado na FIGURA 1.

FIGURA 1 - DIAGRAMA P-V DO CICLO DE CARNOT



FONTE: ÇENGEL e BOLES (2013).

O primeiro passo do ciclo é um processo isotérmico em que o vapor, à temperatura T_q , expande do ponto 1 ao ponto 2 realizando trabalho.

O segundo passo é um processo resfriamento adiabático do vapor do estado 2 até 3 atingindo T_f . Ao atingir a menor temperatura, o terceiro processo isotérmico inicia-se, comprimindo o vapor do estado 3 até 4. A última etapa é um aquecimento adiabático até o restabelecimento da temperatura inicial T_q .

A primeira etapa do ciclo trata de um processo isotérmico, deste modo, a temperatura na Equação (5) é constante e pode ser isolada facilmente com o objetivo de obter-se o calor fornecido ao vapor nesta etapa, conforme a Equação (6).

$$Q_{ent} = T_q \Delta S \quad (6)$$

Analogamente, a Equação (7) descreve o calor rejeitado pelo vapor.

$$Q_{sai} = -T_f \Delta S \quad (7)$$

O trabalho útil fornecido pelo motor corresponde à diferença entre o calor transferido ao vapor e o que foi rejeitado pelo mesmo.

$$W_{\text{útil}} = |Q_{ent}| - |Q_{sai}| = Q_{ent} + Q_{sai} \quad (8)$$

Carnot define a eficiência máxima de uma máquina térmica como a razão entre o trabalho útil e o calor fornecido pela fonte quente.

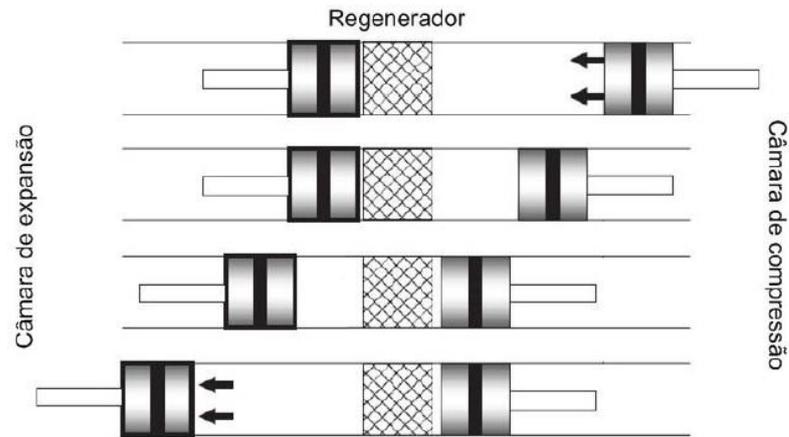
$$\eta_{Carnot} = \frac{W_{\text{útil}}}{Q_{ent}} = 1 - \frac{T_f}{T_q} \quad (9)$$

Visto que o ciclo de Carnot apresenta a máxima eficiência teórica, ele é amplamente utilizado para comparar o rendimento de outras máquinas térmicas.

2.1.4.2 O ciclo Stirling Ideal

O motor Stirling é uma máquina térmica de combustão externa composto por um sistema regenerativo, o qual é responsável pelo aproveitamento parcial do calor rejeitado a cada ciclo para o aquecimento do fluido de trabalho. Além disso, possui câmara de expansão, câmara de compressão e um arranjo pistão-cilindro em cada câmara, conforme apresentado na FIGURA 2.

FIGURA 2 – APRESENTAÇÃO DOS COMPONENTES DURANTE O CICLO STIRLING

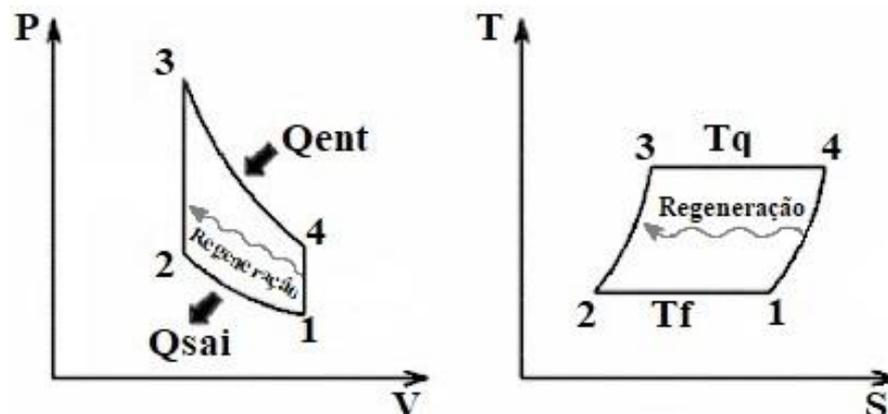


FONTE: SANT'ANNA e YANO (2012).

Uma das características do motor Stirling é a massa de fluido de trabalho fixa, e a partir da troca de calor entre os cilindros quente e frio ocorre a expansão e compressão do gás em diferentes níveis de temperatura. A mudança de temperatura do gás gera uma diferença de pressão, a qual gera uma força que é entregue ao eixo a partir dos pistões de potência (CRUZ, 2012). Deste modo, há uma conversão líquida de calor para trabalho, ou vice-versa.

O ciclo ideal do motor Stirling consiste em dois processos isotérmicos e dois isocóricos conforme apresentado na FIGURA 3.

FIGURA 3 - DIAGRAMA P-V E T-S DO CICLO STIRLING IDEAL



FONTE: Adaptado de CRUZ (2012).

As etapas do ciclo termodinâmico são descritas como:

a) 1 → 2: Compressão isotérmica;

- O gás é comprimido rejeitando calor Q_c para a fonte fria, deste modo, a temperatura T_f mantém-se constante. Nesta etapa, ocorre o aumento da pressão devido à redução do volume da câmara de compressão;
- b) 2 → 3: Aquecimento isocórico;
- Ao atingir o volume mínimo, os pistões de compressão e expansão deslocam-se juntos, de maneira que o volume entre eles seja constante. O gás, à temperatura T_f , atravessa o regenerador sendo pré-aquecido pelo calor q_e fornecido e sai com temperatura T_q , aumentando a pressão e a energia interna do sistema;
- c) 3 → 4: Expansão isotérmica;
- A expansão do gás ocorre devido ao fornecimento de calor Q_e da fonte quente. O pistão de compressão permanece estático enquanto o movimento do pistão de expansão aumenta o volume ocupado pelo fluido de trabalho e reduz a pressão. A energia adicionada ao sistema transforma calor em trabalho;
- d) 4 → 1: Resfriamento isocórico;
- Mantendo o volume constante, os pistões movem-se para o sentido da câmara de compressão, deslocando o fluido de trabalho para o regenerador. A temperatura é reduzida devido a transferência de calor do fluido de trabalho para o regenerador, conseqüentemente, a energia interna do sistema também diminui;

O trabalho realizado pelo ciclo pode ser obtido pelo diagrama P-V a partir da hipótese de gás ideal, obtendo as seguintes expressões:

Processo 1-2:

$$W_{1-2} = \int_1^2 P dv = \int_1^2 RT_f \frac{dv}{v} = RT_f \int_1^2 \frac{dv}{v} = RT_f \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) \quad (10)$$

Processo 2-3:

$$W_{2-3} = \int_2^3 p dv = 0 \quad (11)$$

Processo 3-4:

$$W_{3-4} = \int_3^4 p dv = \int_3^4 RT_q \frac{dv}{v} = RT_q \int_3^4 \frac{dv}{v} = RT_q \ln\left(\frac{v_4}{v_3}\right) \quad (12)$$

Processo 4-1:

$$W_{4-1} = \int_4^1 p dv = 0 \quad (13)$$

O trabalho útil do motor é a soma dos trabalhos dos processos 1-2 e 3-4, sabendo que $V_{m\acute{a}x} = V_1 = V_4$ e $V_{m\acute{i}n} = V_2 = V_3$:

$$W_{\acute{u}til} = R(T_q - T_f) \ln\left(\frac{v_{m\acute{a}x}}{v_{m\acute{i}n}}\right) \quad (14)$$

Analisando o processo 3-4, no qual, há fornecimento de calor, a temperatura do gás permanece constante, deste modo, não há variação de energia interna. Com isso, pode-se obter o calor neste processo a partir da Equação (3).

$$0 = Q_{3-4} - W_{3-4} \therefore Q_{3-4} = RT_q \ln\left(\frac{v_{m\acute{a}x}}{v_{m\acute{i}n}}\right) \quad (15)$$

A eficiência do ciclo é a relação do trabalho útil e o calor fornecido:

$$\eta_{Stirling} = \frac{W_{\acute{u}til}}{Q_{ent}} = \frac{R(T_q - T_f) \ln\left(\frac{v_{m\acute{a}x}}{v_{m\acute{i}n}}\right)}{RT_q \ln\left(\frac{v_{m\acute{a}x}}{v_{m\acute{i}n}}\right)} = 1 - \frac{T_f}{T_q} \quad (16)$$

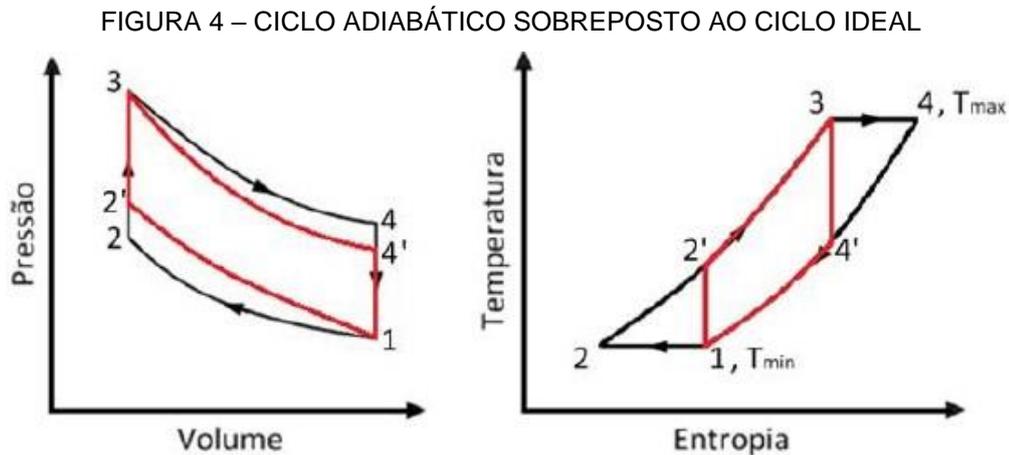
Observa-se que a eficiência do motor Stirling ideal é igual a eficiência de Carnot.

2.1.4.3 O ciclo Stirling adiabático

De acordo com Walker (1980), em motores com altas revoluções, os processos de compressão e expansão são mais bem representados como

adiabáticos. Deste modo, não há troca de calor entre o fluido de trabalho e os espaços de compressão e expansão durante as etapas do ciclo.

A FIGURA 4 apresenta os diagramas P-V e T-S do ciclo adiabático em vermelho sobrepostos ao ciclo ideal em preto.



FONTE: SANT'ANNA e YANO (2012).

LEGENDA: O ciclo adiabático está representado pela cor vermelha e o isotérmico pela cor preta.

De acordo com Drumond (2017), a primeira etapa do ciclo é uma compressão adiabática. Posteriormente, o fluido de trabalho entra na zona quente do motor recebendo calor a volume constante. Na terceira etapa ocorre um processo de expansão adiabática e, então, na última etapa o fluido de trabalho retorna a zona fria do motor e perde calor a volume constante.

2.2 PARÂMETROS QUE AFETAM A EFICIÊNCIA DO MOTOR

O motor Stirling é uma máquina de combustão externa e ciclo fechado, ou seja, não há troca do fluido de trabalho e sua massa permanece constante durante todo o ciclo (CRUZ, 2012).

O gradiente de temperatura entre as fontes quente e fria é o responsável pela a geração de uma variação de pressão dentro do motor, e esta força é entregue ao eixo devido ao movimento dos pistões.

A seguir, serão apresentados os componentes mais importantes do motor responsáveis pela conversão da energia térmica fornecida pela fonte de calor em energia mecânica.

2.2.1 Permutadores de calor

Os permutadores de calor são caracterizados por apresentarem uma grande área de transferência de calor por unidade de volume do fluido. São responsáveis por transferir energia térmica entre dois fluidos ou um fluido e uma superfície sólida a diferentes temperaturas (COSTA, 2013).

O fluido de trabalho gera atrito com as paredes dos permutadores durante o percurso do ciclo levando ao aumento da perda de carga. Assim, para que o motor produza o mesmo trabalho deve ser fornecida uma energia maior. Permutadores de calor com grandes áreas de troca resultam em aumento do volume morto o que reduz a taxa de compressão, ou seja, prejudica diretamente a eficiência (COSTA, 2013).

Segundo Lloyd (2009), durante a expansão, o aquecedor transfere calor ao fluido de trabalho e a dissipação de calor durante a compressão ocorre no permutador de calor de resfriamento por meio de aletas ou água corrente.

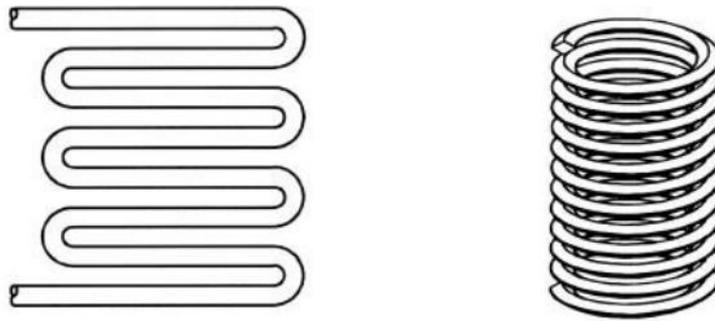
2.2.1.1 Permutadores de aquecimento

Segundo Costa (2013), há uma grande dificuldade em projetar permutadores de aquecimento. A superfície interior sofre com altas pressões, temperaturas e variação de velocidade do fluido de trabalho. Na superfície exterior a pressão é baixa, entretanto, apresenta altas temperaturas.

A transferência de calor nos permutadores de aquecimento ocorre do meio exterior para o interior dos tubos, sendo: convecção externa, condução e convecção interna.

Para fluidos de trabalho gasosos e sem mudança de fase, os permutadores lisos são os mais utilizados e devem apresentar boa condutividade térmica como por exemplo: ligas de níquel, cobre, alumínio ou titânio. Podem ser dos tipos linha reta, tubos em U, helicoidais ou serpentina (COSTA, 2013). Exemplos de permutadores de aquecimento são apresentados na FIGURA 5.

FIGURA 5 – TUBOS EM SERPENTINA E HELOCOIDAL



FONTE: RAMESH e DUSSAN² (2003 apud COSTA, 2013).

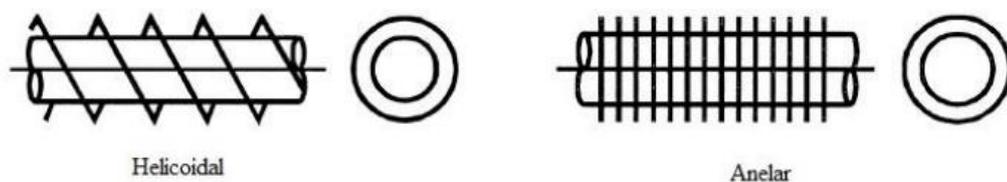
2.2.1.2 Permutadores de arrefecimento

Nos permutadores de arrefecimento o processo de transferência de calor é o análogo, entretanto, ocorre do meio interior para o exterior. Podem ser utilizados permutadores com aletas ou tubos lisos (COSTA, 2013).

No caso dos tubos lisos, o arrefecimento ocorre utilizando água, pois apresenta um maior calor específico em relação ao ar, assim, o coeficiente de convecção no exterior do tubo aumenta (THOMBARE e VERMA, 2008).

Em motores Stirling, um dos permutadores de arrefecimento mais utilizado é do tipo com aletas, conforme apresentado na FIGURA 6.

FIGURA 6 – PERMUTADOR DE ARREFECIMENTO TIPO TUBO ALETADO



FONTE: RAMESH e DUSSAN (2003 apud COSTA, 2013).

2.2.2 Efeitos do fluido de trabalho

Para uma transferência de calor eficiente, o fluido de trabalho deve apresentar elevado calor específico e elevada condutividade térmica, já para a redução de perda

² Ramesh, K. S., & Dussan, P. S. Fundamentals of Heat Exchanger Design. In **A-to-Z Guide to Thermodynamics, Heat and Mass Transfer, and Fluids Engineering**, p. 1–77, 2003.

de carga deve apresentar baixa viscosidade e baixa massa volumétrica (COSTA, 2013).

Uma das vantagens do motor Stirling é a ampla quantidade de fluidos de trabalho que podem ser utilizados. Entre os mais comuns estão o ar, hidrogênio e hélio. As propriedades destes fluidos de trabalho são apresentadas na TABELA 1.

TABELA 1 – PROPRIEDADES DOS FLUIDOS DE TRABALHO

Fluido	T (K)	C _p (J/kgK)	ρ (kg/m ³)	μ (kg/ms)	k (W/mK)	Pr
Ar	250	1003	1,413	1,61x10 ⁻⁵	0,0223	0,724
	500	1029	0,706	2,68x10 ⁻⁵	0,0395	0,699
	1000	1141	0,353	4,18x10 ⁻⁵	0,0672	0,709
Hidrogênio	250K	14070	0,0983	0,79 x10 ⁻⁵	0,156	0,713
	500K	14510	0,0492	1,27 x10 ⁻⁵	0,256	0,721
	1000K	14990	0,0246	2,07 x10 ⁻⁵	0,428	0,724
Hélio	250K	5197	0,1952	1,75 x10 ⁻⁵	0,134	0,680
	500K	5197	0,0976	2,83 x10 ⁻⁵	0,211	0,695
	1000K	5197	0,0488	4,5 x10 ⁻⁵	0,363	0,652

FONTE: Adaptado de FERREIRA et al. (2010).

Utilizar o ar como fluido de trabalho não gera mais custos, entretanto, conforme observado, o hidrogênio e o hélio apresentam as melhores propriedades para uma transferência de calor eficiente e redução de atrito.

Contudo, os vazamentos de fluido de trabalho devem ser evitados com a estanqueidade do motor. Utilizar hidrogênio e o hélio como fluido de trabalho elevam a facilidade de vazamentos por entre as juntas, devido apresentarem um baixo diâmetro molecular.

2.2.3 Efeito dos volumes mortos

Os volumes mortos resultam na redução da eficiência do motor devido à perda de carga bem como redução da taxa de compressão. Os volumes mortos nos permutadores e regenerador devem ser reduzidos, pois apresentam uma massa que não gera trabalho.

Na prática, há um limite para a redução do volume morto, pois é nestes espaços que ocorre a transferência de calor. Segundo Martini (1970), na prática, o volume morto corresponde aproximadamente 58% do volume total.

Kadri e Hadj Abdallah (2016) investigaram a viabilidade e o desempenho do *dish* Stirling em uma planta de microgeração autônoma para eletrificação rural,

adotando para o volume morto um valor 44% inferior ao volume deslocado total. Já para o protótipo construído por Scollo, Valdez e Barón (2008), esse valor correspondeu a 42%.

Beltrán-Chacon et al. (2015) analisaram um dish Stirling de volume morto variável gerado por um diafragma de alta pressão e um atuador eletromecânico, os quais variam de acordo com a insolação anual. Assim, conforme aumenta o volume morto a pressão e a potência do motor diminuem. Esse sistema permite um aumento anual de 18% de energia elétrica útil.

2.2.4 Efeito do regenerador

O regenerador é uma parte importante do motor, pois ajuda a armazenar a energia térmica em cada ciclo. Quanto mais calor o regenerador armazenar, menor será a energia fornecida ao motor pela fonte quente e, do mesmo modo, uma menor quantidade de energia é retirada pela fonte fria. Ao percorrer pelo regenerador, em um sentido, o fluido de trabalho cede parte do calor e, no sentido oposto, recebe parte do calor armazenado, assim, a eficiência do motor aumenta (VELÁZQUEZ, 2007).

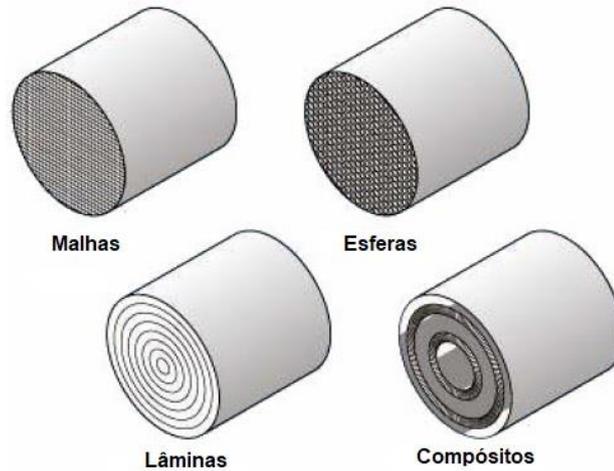
A regeneração ideal ocorre em processos de transferência de calor a volume constante muito lentos, com fluidos de trabalho com capacidade térmica nula ou com uma matriz infinita do regenerador. Na regeneração ideal, o calor retirado do fluido de trabalho é igual ao calor fornecido a ele, ou seja, em um ciclo, a transferência global de calor entre o fluido de trabalho e a matriz do regenerador é zero (COSTA, 2013).

De acordo com Velázquez (2007) e Thombare e Verma (2008), durante a operação, o regenerador não apresenta temperatura uniforme, pois a pressão, massa volumétrica e velocidade do fluido de trabalho variam muito. Além disso, para manter uma operação contínua, o fluido de trabalho altera constantemente o sentido percorrido e, em cada etapa, uma quantidade diferente de energia é fornecida ou recebida.

Existem quatro tipos de regeneradores: externo, anular externo, interno e deslocável. O regenerador mais comum nos motores tipo Alfa é o do tipo externo, no qual o fluido de trabalho sai de um dos cilindros por meio de um conduto conectado ao regenerador e é levado ao outro cilindro.

A matriz de um regenerador pode apresentar materiais compósitos, como lã de aço, lâminas metálicas, entre outros. Algumas estruturas são apresentadas na FIGURA 7.

FIGURA 7 – ESTRUTURAS METÁLICAS DO REGENERADOR



FONTE: Adaptado de VELÁZQUEZ (2007).

Devido as altas temperaturas e um pequeno volume os regeneradores apresentam complicações durante a operação do motor. A porosidade da malha deve ser levada em consideração pois levam a um aumento da perda de carga do fluido de trabalho. Além disso, o tipo do material da malha do regenerador pode aumentar a resistência de modo que comprometa a transferência de calor (VELÁZQUEZ, 2007).

Mansor³ (1984 apud LLOYD, 2009) analisou a efetividade de alguns materiais de regeneradores mais comuns, conforme a TABELA 2.

TABELA 2 – PROPRIEDADES DO MATERIAL DE REGENERADORES COMUNS

Material do regenerador	Densidade (g/cm ³)	C _p (J/kg°C)	Efetividade do regenerador (%)	Eficiência indicada (%)
Aço	7,8	437	94	8,8
Aço inoxidável	7,8	510	79	6,6
Malha de aço inoxidável	7,8	510	85	5,3
Lã e sílica	2,2	840	89	6,9
Fibra de vidro	2,7	670	84	4,7

FONTE: MANSOR (1984 apud LLOYD, 2009).

³MANSOR, K. *Investigations with a Small Air Charged Stirling Engine*. University of Reading, 1984.

Timoumi et al.⁴ (2008 apud COSTA, 2013) apresentaram o efeito da alteração do material do regenerador, mantendo a porosidade da malha em 0,687 e o diâmetro da fibra em 40 μm . Seus resultados são apresentados na TABELA 3.

TABELA 3 – EFEITO DA ALTERAÇÃO DO TIPO DE MATERIAL DA MATRIZ DO REGENERADOR NA PERFORMANCE DO MOTOR

Material do regenerador	Condutividade (W/mK)	Capacidade térmica volumétrica ρC_p (J/m ³ K)	Potência do motor (W)	Rendimento (%)	Energia transferida no regenerador (J)
Aço	46	3,8465x10 ⁶	4258	38,44	441
Aço inoxidável	15	3,545x10 ⁶	4273	39,29	449
Cobre	389	3,3972x10 ⁶	-	-	-
Latão	100	3,145x10 ⁶	4080	34,6	416
Alumínio	200	2,322x10 ⁶	3812	29,16	378
Granito	2,5	2,262x10 ⁶	4091	34,51	431
Vidro	1,2	2,1252x10 ⁶	4062	33,85	428

FONTE: TIMOUMI et al. (2008 apud COSTA, 2013).

Segundo Velázquez (2007), para uma melhor transferência de calor a matriz do regenerador necessita de uma grande área de contato, elevada capacidade térmica volumétrica, pequenos volumes mortos e para reduzir a perda de carga uma pequena matriz com elevada porosidade deve ser utilizada.

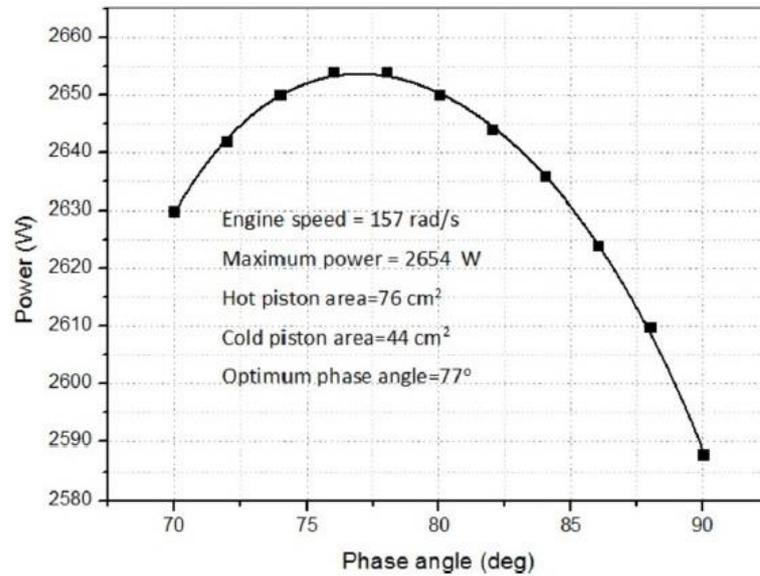
2.2.5 Efeitos do ângulo de fase

O ângulo de fase afeta diretamente a potência do motor, pois a variação dos volumes de expansão e compressão são funções deste parâmetro. Quando o ângulo de fase é de 0° os volumes de expansão e compressão variam em fase o que impossibilita o funcionamento do motor.

Grande parte dos estudos, definem 90° para o ângulo de fase, entretanto, Altin et al. (2018) analisaram a influência do ângulo de fase na potência do motor utilizando um motor Stirling de mecanismo Scotch Yoke. O resultado obtido é apresentado na FIGURA 8.

⁴TIMOUMI, Y., TLILI, I., BEN NASRALLAH, S. Performance optimization of Stirling engines. **Renewable Energy**, 33(9), 2134–2144, (2008).

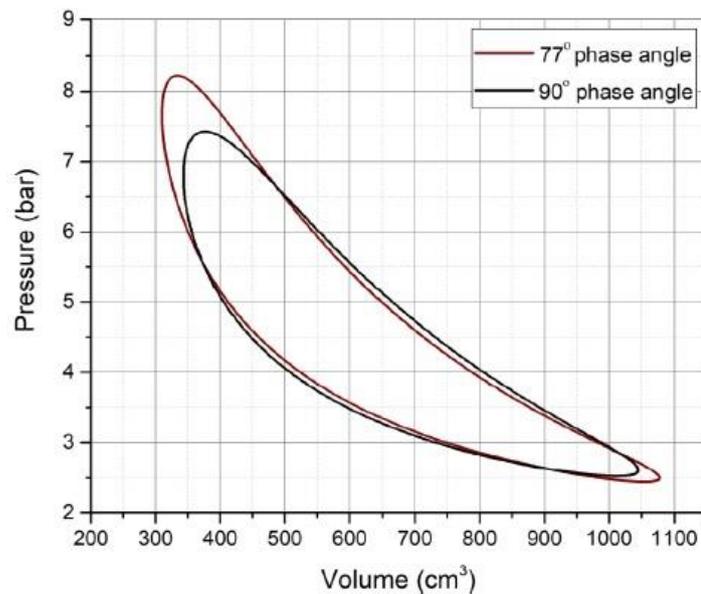
FIGURA 8 – INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE FASE NA POTÊNCIA DO MOTOR



FONTE: ALTIN et al. (2018).

O ângulo de fase ótimo obtido foi de 77° e Altin et al. (2018) comprovou esse resultado a partir de um diagrama P-V, em que é possível observar a diferença das áreas geradas pelas curvas, conforme apresentado na FIGURA 9.

FIGURA 9 – DIAGRAMA P-V OBTIDO EM DIFERENTES ÂNGULOS DE FASE



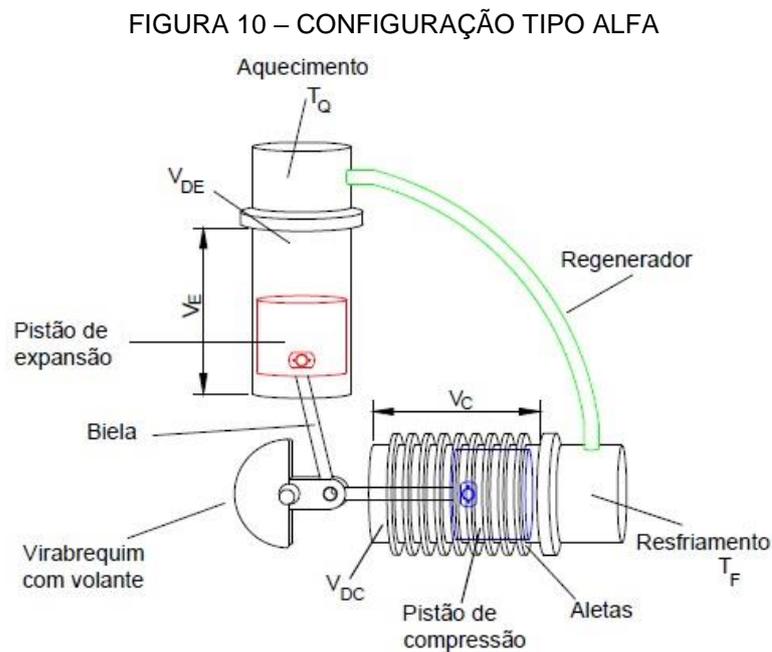
FONTE: ALTIN et al. (2018).

2.3 CONFIGURAÇÕES DOS MOTORES

Os motores Stirling apresentam três configurações: alfa, beta e gama. A classificação é dada de acordo com o posicionamento dos pistões, porém, o ciclo termodinâmico não se diferencia.

2.3.1 Alfa

O motor Stirling tipo alfa apresenta dois cilindros conectados por um trocador de calor regenerativo e em cada cilindro há um pistão conectado ao virabrequim. A conexão é feita de modo que os virabrequins apresentem um desvio de fase de 90° , ou seja, a diferença de revolução entre os pistões é de $\frac{1}{4}$, conforme FIGURA 10. Nesta configuração há a necessidade de garantir estanqueidade dos cilindros.



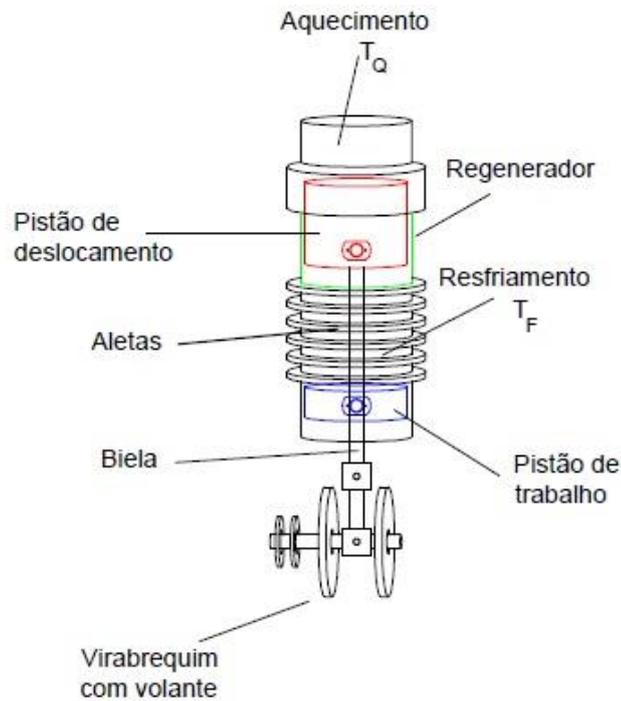
FONTE: A autora (2019).

2.3.2 Beta

A configuração tipo beta apresenta apenas um cilindro em que é composto por um pistão deslocador e um pistão de trabalho, responsáveis por movimentar o fluido de trabalho e comprimir e expandir o gás, respectivamente. Conforme pode ser

observado na FIGURA 11, na parte superior do cilindro encontra-se o aquecedor, na inferior o resfriador e entre eles o regenerador. A grande dificuldade desta configuração é o complexo mecanismo de conexão entre o pistão e o virabrequim.

FIGURA 11 – CONFIGURAÇÃO TIPO BETA

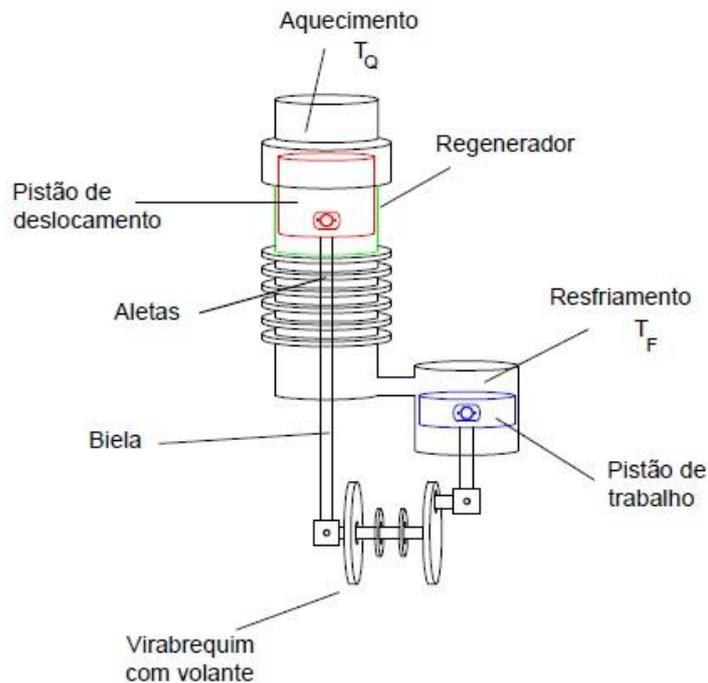


FONTE: A autora (2019).

2.3.3 Gama

O motor Stirling tipo gama, apresentado na FIGURA 12, é composto por dois cilindros interligados. O pistão de deslocamento é disposto no cilindro que contém o aquecimento na parte superior e o resfriamento na inferior. Além disso, na parte inferior deste mesmo cilindro é feita a conexão na parte superior do segundo cilindro o qual é composto pelo pistão de trabalho.

FIGURA 12 – CONFIGURAÇÃO TIPO GAMA



FONTE: A autora (2019).

2.4 ANÁLISE ISOTÉRMICA DE SCHMIDT

Desenvolvida por Gustav Schmidt em 1871, a análise contempla as três configurações dos motores Stirling: alfa, beta e gama, sendo uma ferramenta útil na fase de projeto. Entretanto, apesar da simplicidade do modelo isotérmico, a análise apresenta um equacionamento complicado (THOMBARE e VERMA, 2008).

Scollo, Valdez e Barón (2008), construíram um motor tipo alfa a partir de peças de um compressor de ar e utilizaram a análise de Schmidt a fim de comparação.

Cruz (2012) e Dias (2016), fizeram o uso desta análise para modelar um motor Stirling tipo gama com o objetivo de avaliar parâmetros construtivos e de funcionamento do motor e comparam esses resultados com um modelo experimental.

De acordo com Walker:

A teoria prevê movimentos harmônicos dos elementos recíprocos, mas mantém os principais pressupostos de compressão e expansão isotérmicos e de regeneração perfeita. Assim, permanece altamente idealizada, mas é certamente mais realista que o ciclo Stirling ideal⁵ (WALKER, 1980, p. 50 tradução nossa).

A análise isotérmica de Schmidt permite estimar o trabalho líquido de cada ciclo e a potência do motor, contudo, leva em consideração algumas hipóteses:

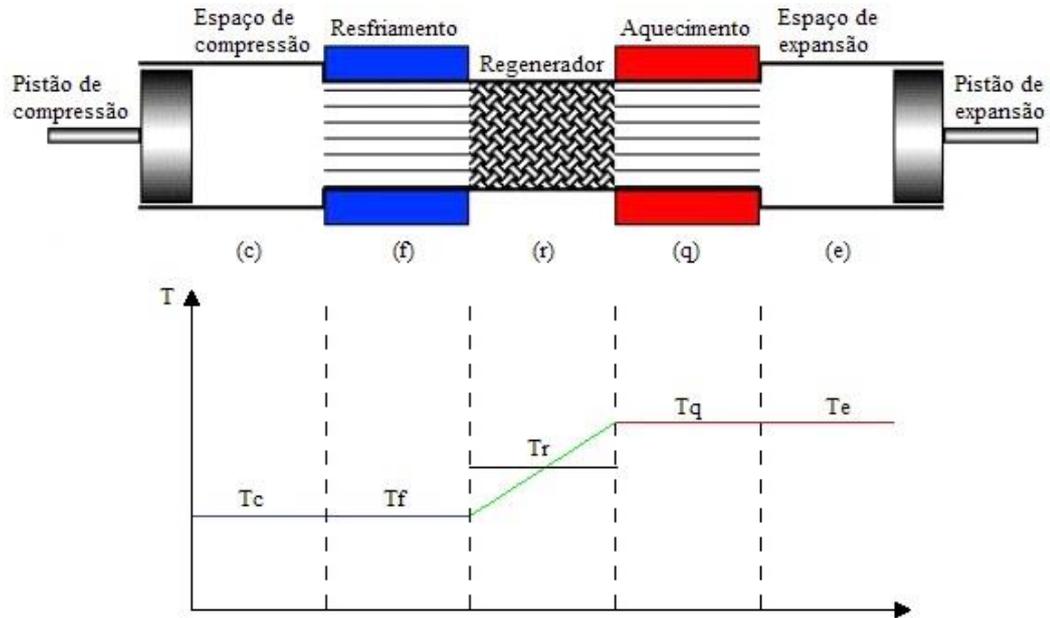
1. O processo de regeneração é perfeito;
2. A pressão instantânea é a mesma ao longo de todo o sistema;
3. O fluido de trabalho obedece a equação do gás ideal;
4. Não há vazamento de fluido de trabalho e, com isso, sua massa é constante;
5. A variação dos volumes de compressão e expansão se comporta de forma senoidal;
6. Não há gradiente de temperatura nos trocadores de calor;
7. A temperatura das paredes dos cilindros e do pistão são constantes;
8. A temperatura do fluido de trabalho em cada espaço é constante;
9. No regenerador, a temperatura do fluido de trabalho é uma média da temperatura do gás durante a expansão e durante a compressão;
10. Não há perdas de calor durante as trocas de calor;

Segundo Urieli⁶ (1997 apud DIAS, 2016), o princípio da análise isotérmica é a distribuição da temperatura em 5 espaços: o espaço de compressão (c) e de resfriamento (f) encontram-se a mesma temperatura, assim como as temperaturas do espaço de expansão (e) e de aquecimento (q), conforme FIGURA 13. Além disso, a temperatura do espaço de regeneração é uma média entre as temperaturas dos espaços quente e frio.

⁵ The theory provides for harmonic motion of the reciprocating elements, but retains the major assumptions of isothermal compression and expansion and of perfect regeneration. It, thus, remains highly idealized, but is certainly more realistic than the ideal Stirling cycle.

⁶ URIELI, I. **A Computer Simulation of Stirling Cycle Machines**. 313 p. Tese (Doutorado Engenharia Mecânica) - University of the Witwatersrand, Faculty of Engineering,, Johannesburg, 1997.

FIGURA 13 – DISTRIBUIÇÃO DA TEMPERATURA DO FLUIDO DE TRABALHO NO MOTOR CONFORME A ANÁLISE DE SCHMIDT

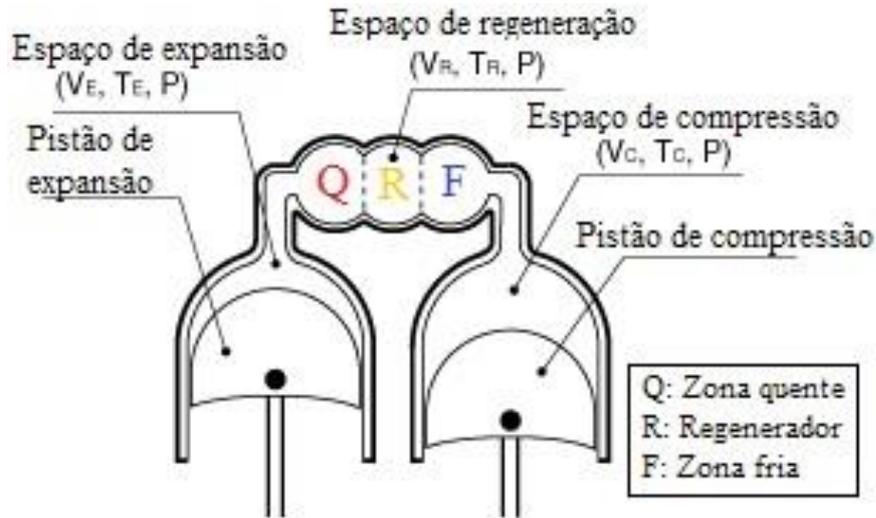


FONTE: Adaptado de URIELI (1997).

A análise consiste em definir as temperaturas das fontes quente e fria, pressão de montagem, volume do motor e fluido de trabalho. Deste modo, é possível determinar a massa de gás dentro do motor a partir da equação do gás ideal.

A análise isotérmica de Schmidt tem como objetivo obter a pressão instantânea do motor. Deste modo, o desempenho do motor é determinado a partir de um diagrama P-V. A FIGURA 14 apresenta um esquema do motor Stirling tipo alfa com as principais variáveis utilizadas na análise.

FIGURA 14 – ESQUEMA DO MOTOR STIRLING TIPO ALFA UTILIZADO NA ANÁLISE ISOTÉRMICA



FONTE: Adaptado de HIRATA (1997).

No Apêndice 1 consta a descrição completa do equacionamento da análise isotérmica.

2.5 ANÁLISE ADIABÁTICA DE FINKELSTEIN

Na análise adiabática de Finkelstein, é considerado um motor semelhante ao da análise isotérmica, entretanto, as câmaras de compressão e de expansão são analisadas de forma adiabática, os trocadores de calor são mantidos isotérmicos e a transferência de calor é feita pelos permutadores de calor (DRUMOND, 2017; COSTA, 2013).

A análise adiabática desenvolvida em 1960 por Ted Finkelstein, contempla as três configurações do motor Stirling. A implementação desse modelo apresenta um maior nível de dificuldade devido a modelagem resultar em um sistema de equações diferenciais ordinárias, deste modo, é necessária a utilização de métodos numéricos para a resolução.

Sant'anna e Yano (2012) implementaram essa análise para simular o comportamento das três configurações do motor Stirling e realizar um estudo paramétrico buscando o melhor desempenho do motor. Urieli e Berchowitz (1984) implementaram a análise para obter resultados numéricos da eficiência e potência.

Costa (2013) avaliou a influência dos parâmetros operacionais do motor no custo de implantação de pequenos sistemas de cogeração. Santos (2015) utilizou as análises adiabática e não adiabática para definir pontos ótimos das variáveis de operação. Além disso, com o modelo, pôde prever o comportamento de um motor real, o qual apresentou uma eficiência de 72% para uma diferença de temperatura de 900°C entre as fontes quente e fria.

No Apêndice 2, uma descrição completa das equações utilizadas para a análise é apresentada.

3 MATERIAL E MÉTODOS

A proposta do presente trabalho foi avaliar o comportamento de um motor Stirling tipo Alfa sob determinada condição de operação. A avaliação foi feita entre os modelos isotérmico e adiabático através de uma modelagem computacional. Além disso, um protótipo foi construído visando analisar parâmetros operacionais e os comparar com os modelos teóricos em estudo.

A modelagem é uma técnica com reduzido custo de execução. Nesta técnica busca-se representar fenômenos físicos ou químicos, através de equações matemáticas que os modelem. O grau de complexidade dos modelos varia muito, podendo variar de modelos simplificados, como, zero dimensões e não reacionais até modelos tridimensionais e reacionais.

A modelagem aplicada depende de vários fatores, entre eles, da necessidade técnica de acurácia, conhecimento de equações que modelem os fenômenos envolvidos, tempo de implementação e custos computacionais. No entanto, não há nenhuma garantia de que modelos mais complexos forneçam resultados mais realistas.

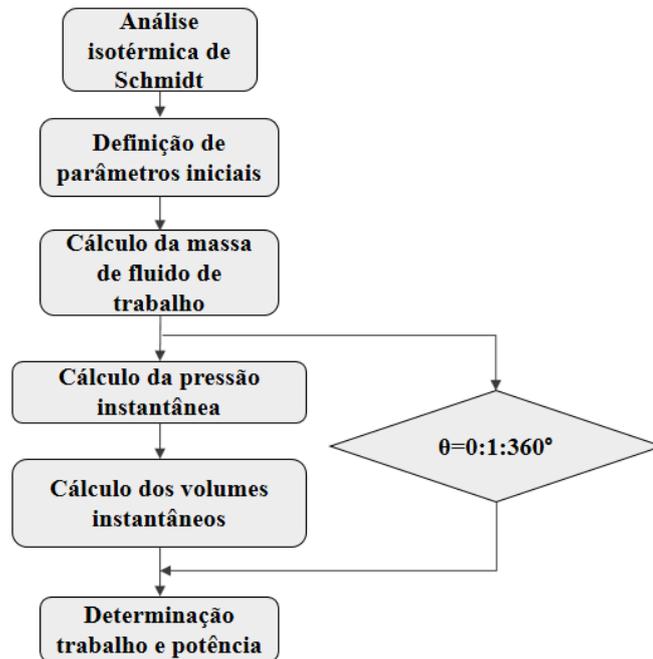
O confronto de resultados gerados pelos modelos matemáticos e estudos experimentais são fundamentais a qualquer modelo, e tal etapa de desenvolvimento do modelo é chamada de validação do modelo.

A modelagem proposta neste trabalho é prioritariamente de zero dimensões e não reacional. Assim a modelagem do motor Stirling tipo alfa foi realizada utilizando o software MatLab®, sendo aplicados conceitos de Termodinâmica para a análise térmica do processo bem como de processo de transferência de calor.

3.1 MODELAGEM ISOTÉRMICA

Nesta seção serão apresentados os passos do algoritmo para resolver o modelo isotérmico, conforme a FIGURA 15.

FIGURA 15 – FLUXOGRAMA DO ALGORITMO DO MODELO ISOTÉRMICO



FONTE: A autora (2019).

Apesar da análise isotérmica apresentar um equacionamento complicado, é um modelo simples para ser implementado computacionalmente. O modelo é altamente idealizado, porém, apresenta bons resultados em termos comparativos com o modelo real e pode ser utilizado para otimização do motor.

O primeiro passo da análise é a determinação dos parâmetros iniciais, como: temperaturas das fontes quente e fria, pressão de montagem, fluido de trabalho e os volumes dos espaços de compressão, expansão e regeneração.

A massa de fluido de trabalho deve ser calculada a partir da Equação (1), considerando que o motor não está operando, ou seja, a partir da pressão de montagem, temperatura ambiente e volume de montagem. O volume de montagem é calculado pela soma dos volumes deslocados, mortos e do regenerador, resultando no volume máximo que o motor pode assumir.

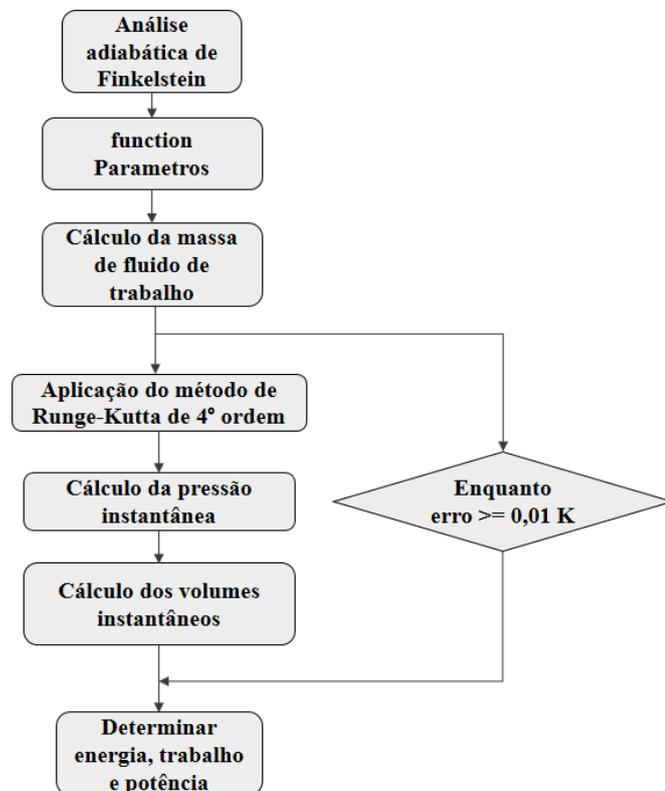
De acordo com a análise de Schmidt, após determinar a massa de fluido de trabalho, a pressão e os volumes instantâneos no motor podem ser obtidos. Essas variáveis devem ser analisadas em um ciclo completo, deste modo, uma função de repetição é utilizada para variar o ângulo de giro de 0 a 360°.

Determinados a pressão e o volume instantâneos, é possível a construção do diagrama P-V e, conseqüentemente, obter o trabalho e a potência fornecida pelo motor.

3.2 MODELAGEM ADIABÁTICA

O fluxograma do desenvolvimento do algoritmo para resolver o modelo adiabático é apresentado na FIGURA 16.

FIGURA 16 – FLUXOGRAMA DO ALGORITMO DO MODELO ADIABÁTICO



FONTE: a autora (2019).

Na análise adiabática, o cálculo da massa de fluido de trabalho é o mesmo apresentado na análise isotérmica. O conjunto de equações diferenciais e algébricas utilizadas no modelo adiabático, além do método numérico utilizado para resolver as sete equações diferenciais são apresentados no Apêndice 2.

3.3 CONFECÇÃO DO PROTÓTIPO

3.3.1 Escolha dos materiais e construção

Para a confecção do protótipo foi utilizado o cabeçote de um compressor de ar de dois cilindros da marca Douat, apresentado na FIGURA 17.

FIGURA 17 – COMPRESSOR DE AR DOUAT



FONTE: a autora (2019).

Os pistões do compressor estão defasados em 90° e as especificações do compressor são apresentadas na TABELA 4.

TABELA 4 – DADOS COMPRESSOR DE AR DOUAT

Dados	Valor
Diâmetro do cilindro (cm)	5,0
Comprimento do cilindro (cm)	7,0
Pressão máxima (atm)	8,4
Velocidade máxima (rpm)	800
Defasagem (graus)	90

FONTE: a autora (2019).

Devido a dificuldades com a vedação e transferência de calor, foram construídas duas versões do motor, as quais serão apresentadas nos tópicos a seguir.

3.3.1.1 Primeira versão

A tampa do cabeçote não foi utilizada para a confecção do protótipo, ou seja, não há volumes mortos consideráveis nos cilindros de compressão e expansão. Diante disto, os volumes mortos nos espaços de expansão e de compressão correspondem apenas aos volumes dos permutadores de aquecimento e arrefecimento.

Para a montagem dos permutadores, foi utilizado um tubo de cobre flexível $\frac{1}{4}$ ', sendo este um material com elevado coeficiente de condutividade térmica. Na TABELA 5, são apresentadas as especificações dos permutadores.

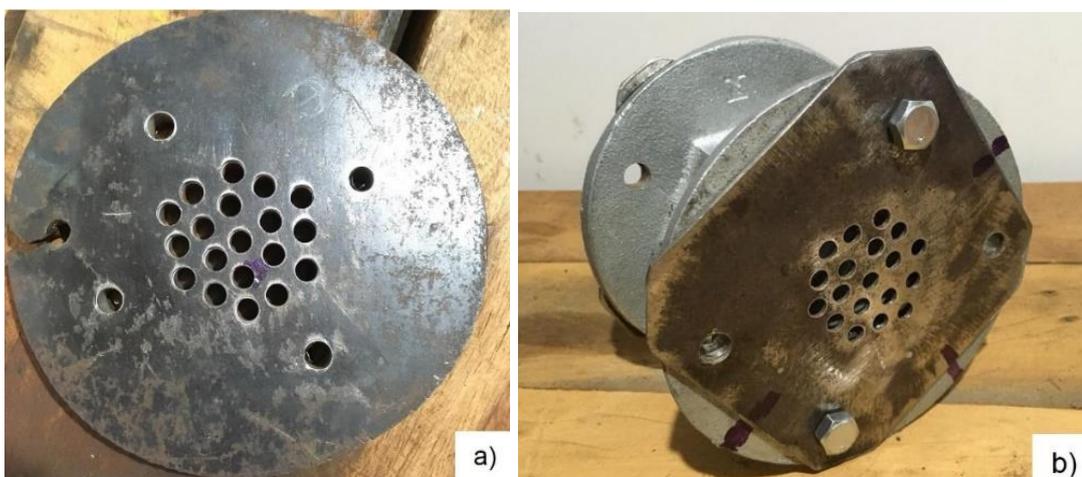
TABELA 5 – ESPECIFICAÇÕES DOS PERMUTADORES DE AQUECIMENTO E ARREFECIMENTO DA PRIMEIRA VERSÃO

Especificação	Permutador de aquecimento	Permutador de arrefecimento
Número de tubos	19	19
Comprimento médio dos tubos (cm)	16,3	14,5
Diâmetro interno dos tubos (mm)	4,0	4,0
Volume (cm ³)	39	34,7

FONTE: a autora (2019).

Foram utilizados flanges para unir os permutadores aos cilindros e ao regenerador, conforme FIGURA 18.

FIGURA 18 – FLANGES a) PARA CONEXÃO COM OS CILINDROS b) CONECTADA AOS FLANGES DO REGENERADOR



FONTE: a autora (2019).

A estrutura do regenerador foi feita a partir de um niple galvanizado de 5 cm de diâmetro (duas polegadas) e a rosca de conexão foi ajustada de forma que o comprimento fosse de 8,5 cm, conforme FIGURA 19.

FIGURA 19 – ESTRUTURA DO REGENERADOR



FONTE: a autora (2019).

A malha do regenerador foi composta por aço carbono, onde conforme apresentado na TABELA 3, a malha porosa de aço apresentou os maiores rendimentos e transferência de energia ao regenerador.

A construção do motor iniciou-se a partir da furação dos flanges para a fixação dos tubos de cobre, onde um espaçamento de 3 mm entre os furos foi determinado para a criação dos bancos de tubos. O processo de união dos tubos aos flanges foi realizado com solda Foscooper. O processo de soldagem e o motor completo são apresentados na FIGURA 20.

FIGURA 20 – PRIMEIRA VERSÃO DO MOTOR STIRLING



FONTE: a autora (2019).

3.3.1.2 Segunda versão

Nesta versão, sete tubos do permutador de aquecimento foram fechados com o auxílio de parafusos e o permutador de arrefecimento foi modificado conforme pode ser observado na FIGURA 21, devido à presença de vazamento de fluido de trabalho na primeira versão.

FIGURA 21 – ALTERAÇÃO DA SEGUNDA VERSÃO DO MOTOR STIRLING



FONTE: a autora (2019).

As especificações desta versão são apresentadas na TABELA 6.

TABELA 6 – ESPECIFICAÇÕES DOS PERMUTADORES DE AQUECIMENTO E ARREFECIMENTO DA SEGUNDA VERSÃO

Especificação	Permutador de aquecimento	Permutador de arrefecimento
Número de tubos	12	7
Comprimento médio dos tubos (cm)	16,3	14,5
Diâmetro interno dos tubos (mm)	4,0	4,0
Volume (cm ³)	24,5	12,8

FONTE: a autora (2019).

Assim como na primeira versão, os volumes mortos nos espaços de expansão e de compressão correspondem apenas aos volumes dos permutadores de aquecimento e arrefecimento, devido a tampa do cabeçote não ser utilizada e a flange ser conectada ao ponto morto superior do cilindro.

3.4 BANCADA DE ENSAIOS

Após a confecção dos protótipos, foi notável a baixa eficiência mecânica do motor. Assim, os anéis dos pistões foram retirados a fim de diminuir a energia que deveria ser fornecida para o acionamento do motor.

A retirada dos anéis resultou em melhorias para a eficiência mecânica. Com isso, os testes iniciaram-se com o aquecimento do permutador de expansão com o auxílio de um maçarico. Entretanto, nas duas versões foi observado a dificuldade de transferência de calor entre os permutadores de calor e a permanência de vazamento de fluido de trabalho.

Diante disso, uma bancada de ensaios foi montada a fim de determinar a potência mínima que deveria ser fornecida ao motor para seu acionamento. Como pode ser vista na FIGURA 22, a bancada foi composta pela segunda versão do protótipo do motor Stirling tipo Alfa acoplado ao eixo de um motor de indução trifásico 220 V, inversor de frequência modelo VF-S7e da marca Toshiba e instrumentos de medição.

FIGURA 22 – BANCADA DE ENSAIOS



FONTE: a autora (2019).

As especificações do motor elétrico utilizado são apresentadas na FIGURA 23.

FIGURA 23 – ESPECIFICAÇÕES DO MOTOR DE INDUÇÃO

ibram Ind. Bras. Máquinas Ltda.					
MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO					
MOD. 143 2061 8 3			Nº 0 8 00 33 76		
PROT. IP 54		REG. CONTÍNUO		ISOL.	
POT. 120 W		RED. I:		F	
HZ:	RPM	V	38.0	FS	Ip/In
50.		A			
60.	3400	A 0.69	0.39	1.1	5
RUA FORTE DO ARAXÁ Nº 105 - S. PAULO - SP CEP 08340-170 - C.G.C.: 47.665.559/0001-02					

FONTE: a autora (2019).

São realizados ensaios com o motor Stirling sem aquecimento acoplado ao motor elétrico variando a velocidade de rotação. A cada rotação, a corrente e a voltagem são medidas em uma das fases do motor de indução.

A potência efetiva do motor é dada pela Equação (17).

$$P_{3\phi} = V_{2\phi} \cdot I \cdot FP \cdot \sqrt{3} \quad (17)$$

Em que o fator de potência adotado foi de 0,46.

4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

4.1 RESULTADOS DAS ANÁLISES COMPUTACIONAIS

A análise computacional foi realizada apenas sobre a segunda versão do motor. A TABELA 7 **Erro! Fonte de referência não encontrada.** apresenta as especificações geométricas e operacionais utilizadas.

TABELA 7 – ESPECIFICAÇÕES GEOMÉTRICAS E OPERACIONAIS

Parâmetros	Valor
Volume morto do espaço de expansão (cm ³)	24,6
Volume deslocado pelo pistão de expansão (cm ³)	137,4
Volume morto do espaço de compressão (cm ³)	12,8
Volume deslocado pelo pistão de compressão (cm ³)	137,4
Volume do regenerador (cm ³)	166,9
Temperatura do espaço de expansão (°C)	250
Temperatura do espaço de compressão (°C)	30
Fluido de trabalho	Ar
Ângulo de fase (graus)	90
Rotação (rpm)	300
Pressão (kPa)	101

FONTE: a autora (2019).

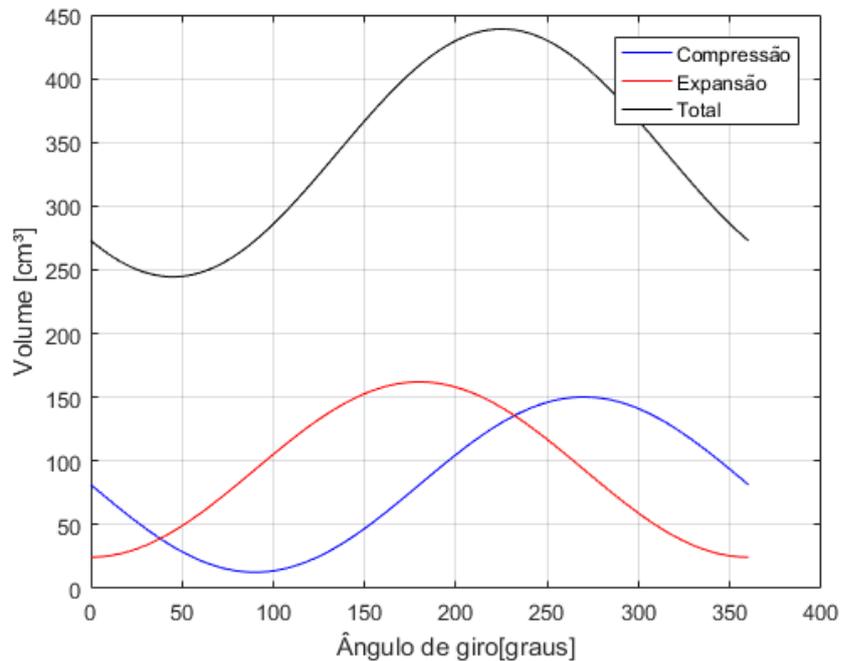
4.1.1 Análise Isotérmica

A análise de Schmidt serve como ponto de partida para prever o comportamento do motor Stirling real. Como resultado da simulação, têm-se valores de eficiência térmica, potência de saída e razão de compressão, além de gráficos como: *volume instantâneo- θ* , *pressão-volume* e *pressão- θ* . Devido a análise isotérmica considerar as temperaturas das fontes quente e fria constante ao longo do ciclo, têm-se que a eficiência térmica do motor no modelo isotérmico é igual a eficiência teórica de Carnot.

No Apêndice 3 constam os códigos criados para a realização da simulação isotérmica, sendo validados com base em Hirata (1997).

O gráfico *volume instantâneo- θ* , que pode ser visto na FIGURA 24, apresenta o comportamento dos volumes instantâneos de compressão, expansão e total em função ao ângulo de giro.

FIGURA 24 – VIARIAÇÃO DOS VOLUMES INSTANTÂNEOS DE COMPRESSÃO, EXPANSÃO E TOTAL

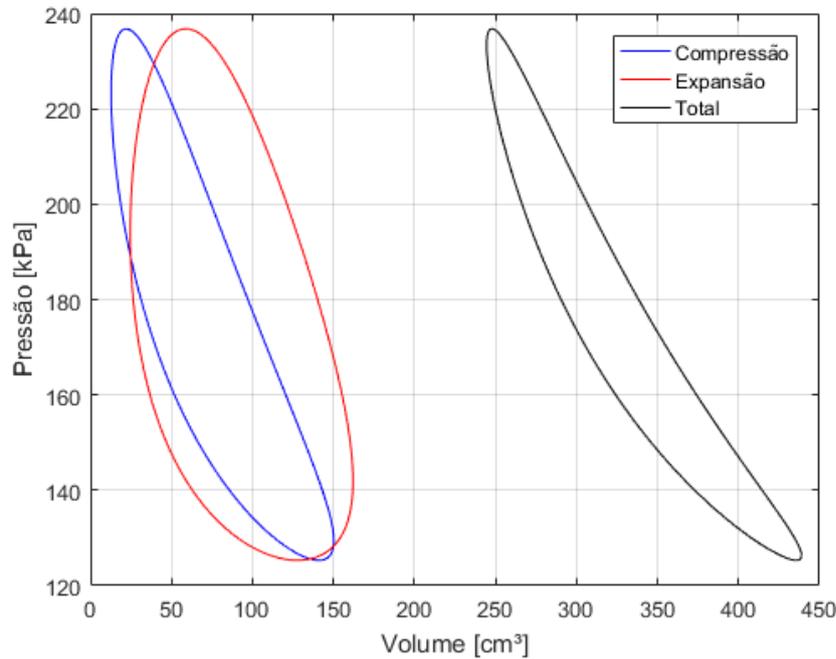


FONTE: a autora (2019).

Devido ao ângulo de defasagem ($dx = 90^\circ$), o volume máximo ocupado pelo espaço de expansão ocorre em 180° e o de compressão em 270° . A diferença do número de tubos dos permutadores nos espaços de expansão e compressão pode ser observada nestes pontos, sendo de 162 cm^3 e 150 cm^3 , respectivamente. Já o volume máximo do motor ocorre em 225° . No modelo apresentado por Çinar et al. (2018), estas características também podem ser observadas.

Apesar da análise isotérmica de Schmidt prever o comportamento do motor Stirling ideal, o diagrama P-V da FIGURA 25, difere-se do ciclo ideal devido as variações senoidais dos volumes assumidas por Schmidt.

FIGURA 25 – DIAGRAMA P-V OBTIDO NA ANÁLISE ISOTÉRMICA



FONTE: a autora (2019).

A forma do diagrama P-V apresenta o ciclo termodinâmico ao qual o fluido de trabalho é submetido e a sua área representa o trabalho teórico do ciclo. A área em vermelha corresponde ao espaço de expansão e em azul corresponde ao espaço de compressão.

A TABELA 8 apresenta os trabalhos, potência de saída, eficiência e razão de compressão do motor obtidos na análise para um ciclo.

TABELA 8 – RESULTADOS OBTIDOS NA ANÁLISE ISOTÉRMICA (300 rpm)

Parâmetro	Valor
Trabalho de expansão (J)	8,2
Trabalho de compressão (J)	4,76
Trabalho líquido (J)	3,5
Potência de saída (W)	17,27
Eficiência (%)	42,07
Razão de compressão	1,79

FONTE: a autora (2019).

A seguir, na TABELA 9 é apresentada uma comparação entre o presente trabalho com outros autores. Devido a diversos fatores influenciarem diretamente na potência do motor, um fator de comparação foi definido como sendo a razão entre a potência obtida nas simulações pelo volume deslocado de expansão.

TABELA 9 – COMPARATIVO ENTRE RESULTADOS DO MODELO ISOTÉRMICO E DA LITERATURA

Autor	Vse (cm³)	Pressão (kPa)	ΔT (°C)	Rotação (rpm)	Potência (W)	$\frac{Potência}{Vse}$
Barros (2005)	161	14000	710	1800	9703	60,26
Guzmán e Castañeda (2018)	157	101	57	900	16,09	0,10
Presente estudo	137,4	101	220	300	17,27	0,12

FONTE: a autora (2019).

O fator de comparação mostrou-se válido em relação ao trabalho de Guzmán e Castañeda (2018), onde os parâmetros geométricos e operacionais definidos são próximos. Entretanto, ao comparar com Barros (2005) há uma grande variação, a qual é justificável por: elevada pressão de operação e rotação e elevado gradiente de temperatura, o que resultou na potência de 9 kW.

4.1.2 Análise Adiabática

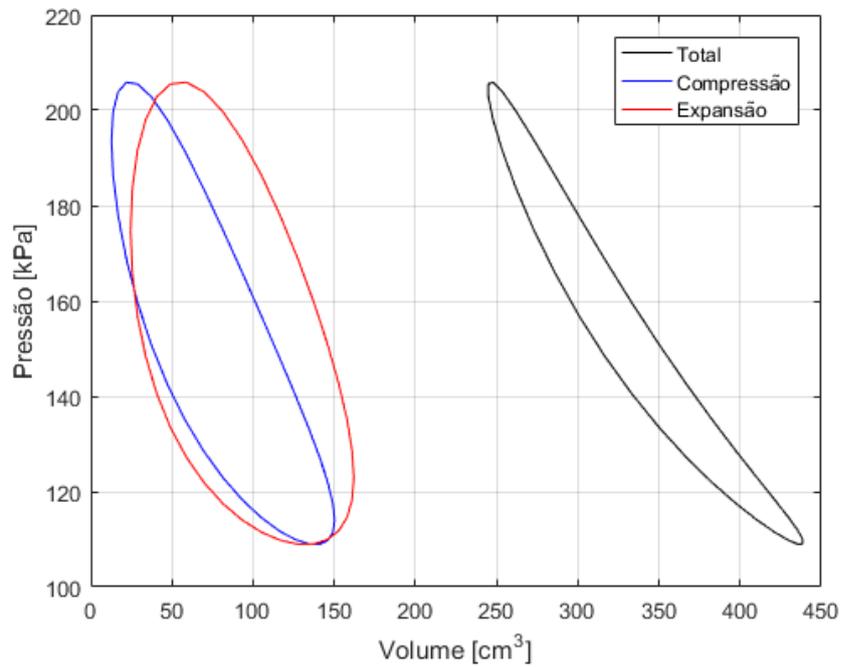
Na análise adiabática, valores como potência e eficiência térmica também são obtidos, entretanto, o avanço do modelo é a possibilidade de analisar a troca de calor que ocorre no aquecedor, resfriador e regenerador e, além disso, a partir do gráfico *temperatura- θ* se observa a variação de temperatura dos cilindros de compressão e expansão durante o ciclo.

Nesta análise, há a consideração de que a temperatura do fluido de trabalho nos espaços de compressão e expansão variam ao longo do ciclo. As temperaturas assumem valores inferiores da análise isotérmica e, conseqüentemente, há uma redução da eficiência térmica, quando comparada com a eficiência do modelo isotérmico e de Carnot.

O modelo utilizado foi adaptado de Sant'anna e Yano (2012), onde os códigos implementados estão disponíveis no Apêndice 4.

O diagrama P-V apresentado na FIGURA 26 corresponde ao resultado obtido na análise adiabática, onde observa-se no eixo y a redução do gradiente de pressão. Em comparação com o modelo isotérmico há a redução da potência útil.

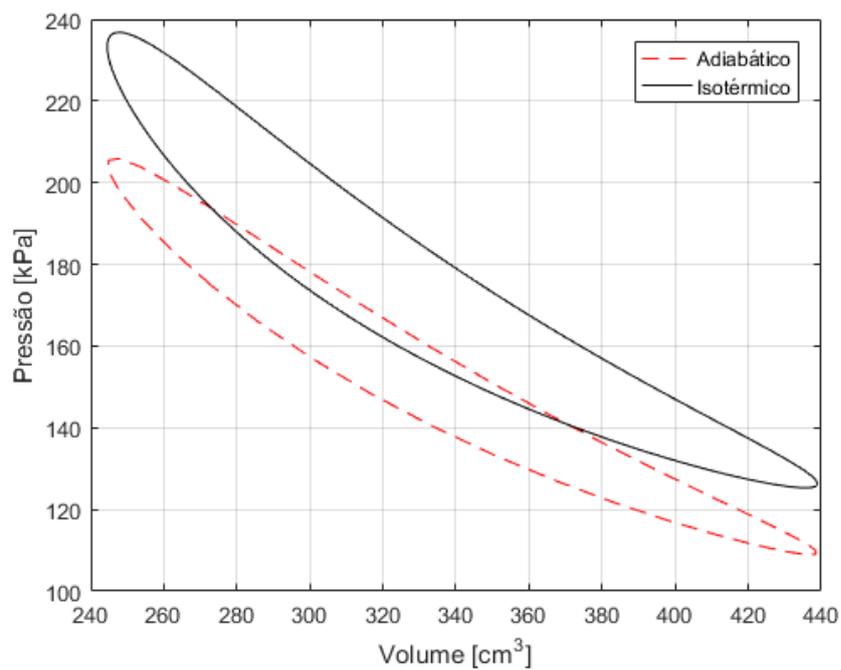
FIGURA 26 – DIAGRAMA P-V OBTIDO NA ANÁLISE ADIABÁTICA



FONTE: a autora (2019).

A variação de potência entre os modelos fica evidente ao analisar a FIGURA 27, onde os diagramas P-V referem-se a variação do volume total do motor.

FIGURA 27 – COMPARAÇÃO DOS DIAGRAMAS P-V DOS MODELOS



FONTE: a autora (2019).

Apesar do modelo adiabático ainda ser idealizado, ele é uma boa aproximação do que ocorre no modelo real. Na TABELA 10 são apresentados os resultados obtidos na simulação.

TABELA 10 – RESULTADOS OBTIDOS NA ANÁLISE ADIABÁTICA (300 rpm)

Parâmetro	Valor
Calor transferido pelo aquecedor (W)	42,88
Calor transferido pelo resfriador (W)	29,49
Calor transferido pelo regenerador (W)	0,0003
Potência de saída (W)	14,45
Eficiência (%)	33,5
Razão de compressão	1,79

FONTE: a autora (2019).

Conforme pode ser observado, a potência de saída do modelo adiabático é 14,45 W, enquanto no modelo isotérmico esse valor corresponde a aproximadamente 17 W.

Novamente o fator comparativo, apresentado na TABELA 11, é usado para analisar os resultados obtidos no modelo adiabático com a literatura.

TABELA 11 – COMPARATIVO ENTRE RESULTADOS DO MODELO ADIABÁTICO E DA LITERATURA

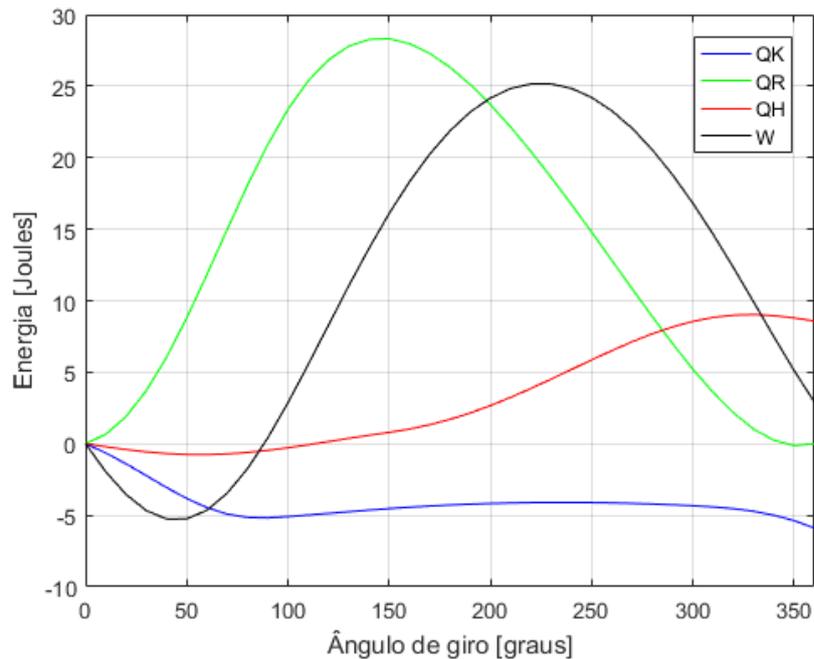
Autor	Vse (cm³)	Pressão (kPa)	ΔT (°C)	Rotação (rpm)	Potência (W)	$\frac{Potência}{Vse}$
Costa (2013)	130	3000	425	1500	1557	11,9
Batmaz e Üstün (2008)	190	200	650	1200	500	2,63
Babaelahi e Sayyaadi (2014)	120,88	4130	416	2500	8300	68,6
Timoumi, Tlili e Nasrallah (2008)	120,82	4130	416	2500	8286	68,5
Presente estudo	137,4	101	220	300	14,45	0,10

FONTE: a autora (2019).

Conforme pode ser observado, o fator comparativo se aproxima mais de Batmaz e Üstün (2008) devido as condições operacionais simuladas. Ao analisar os resultados obtidos pelos outros autores, pode-se concluir que a pressão apresenta um o fator significativo na potência do motor.

A FIGURA 28 apresenta o diagrama de energia em função do ângulo de giro. O diagrama permite observar a quantidade de energia rejeitada e fornecida pelo motor.

FIGURA 28 – DIAGRAMA DE ENERGIA EM UM CICLO



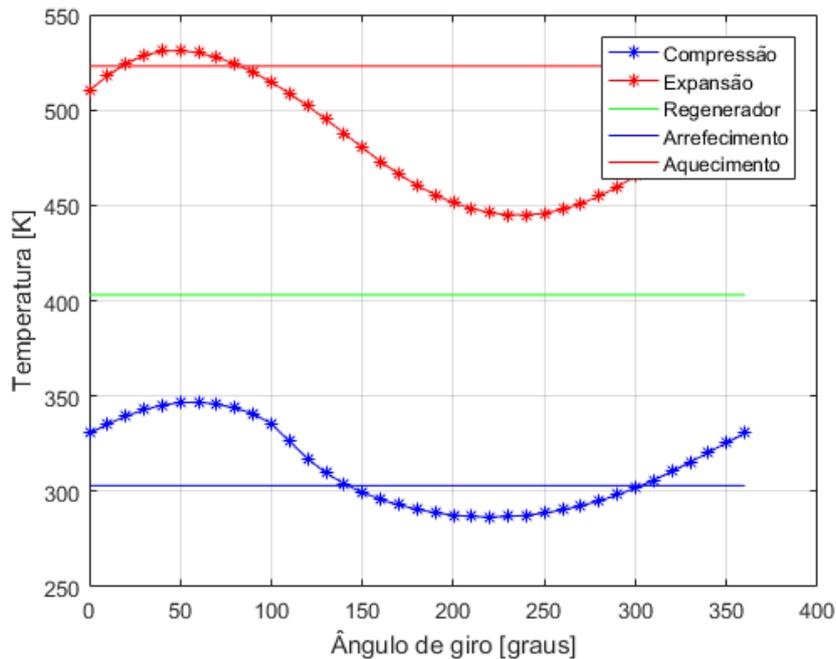
FONTE: a autora (2019).

Percebe-se que o calor transferido pelo regenerador durante todo o ciclo é igual a zero, ou seja, $QR_{inicial} = QR_{final}$, e isso é o comportamento esperado pelo regenerador. Esse comportamento é esperado pois todo o calor recebido pelo fluido de trabalho no regenerador deve ser cedido a ele para completar o ciclo. Além disso, a quantidade de energia fornecida para o regenerador é maior do que o trabalho realizado pelo ciclo. Este mesmo comportamento foi observado por Ahmed, Hulin e Khan (2019) e Drumond (2017).

Fica evidente que ao início do ciclo o trabalho (W) tem uma tendência negativa o qual corresponde ao final da compressão e ao início da expansão. Entretanto, durante a expansão o trabalho assume valores positivos até atingir aproximadamente 25 J, mas ao final do ciclo o trabalho torna-se quase nulo.

A FIGURA 29 apresenta o comportamento da temperatura do fluido de trabalho nos espaços de compressão e expansão durante o ciclo.

FIGURA 29 – VARIAÇÃO DE TEMPERATURA NOS CILINDROS



FONTE: a autora (2019).

No modelo isotérmico a temperatura do fluido de trabalho é considerada constante durante todo o ciclo, sendo $T_c = 303 \text{ K}$ e $T_e = 523 \text{ K}$. Já no modelo desenvolvido por Finkelstein, a temperatura do fluido de trabalho depende de sua direção e varia durante o seu percurso pelos os espaços de expansão, compressão, permutadores e no regenerador. Esse comportamento pode ser confirmado pela FIGURA 32 apresentada no Apêndice 2.

4.1.3 Estudo paramétrico

Devido a modelagem não apresentar custos para a sua reprodução, sua utilização em um estudo paramétrico é de grande vantagem. Entretanto, o estudo paramétrico foi realizado no modelo isotérmico alterando apenas a pressão de montagem.

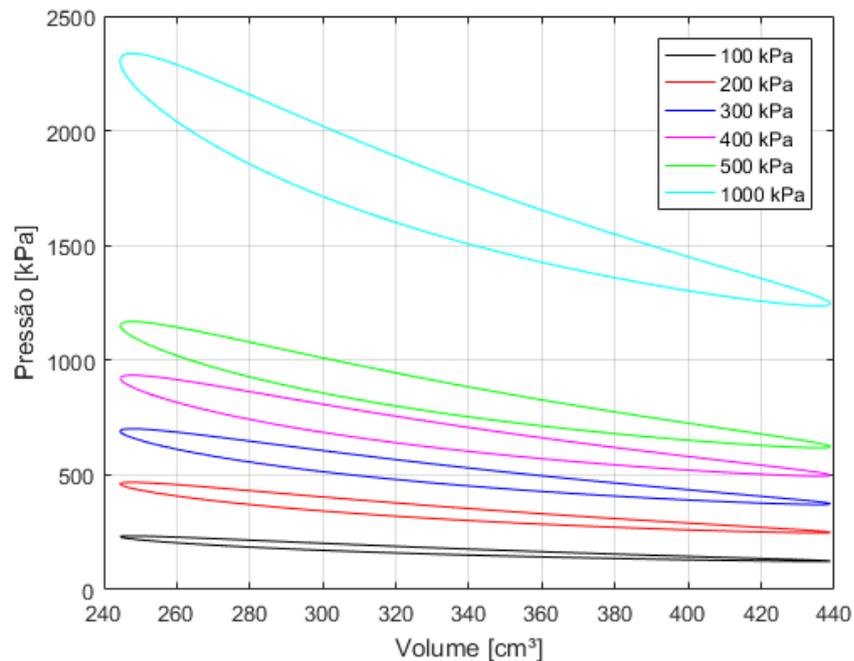
De acordo com Rogdakís et al.⁷ (2002, apud BARROS, 2005), o modelo de Schmidt apresenta um rendimento de até 60% maior do que o modelo real, sendo

⁷ ROGDAKIS, E. D., PARADISSIS, E. A., BORBILAS, N. A., NIKOLAIDIS, A. P. **A MathCAD program (AMOCO) as a simple tool for the study of the Stirling engines**. 6TH EUROPEAN STIRLING FORUM, Osnabrück, Germany, September 18-19, 2002;

assim, uma solução para aumentar a potência útil é a pressurização do motor. Esta solução foi adotada por Scollo et al. (2013) que, ao utilizar uma pressão de 660 kPa, obteve 428,22 W de potência.

Na FIGURA 30 pode ser observada a influência da pressão de montagem em um diagrama P-V.

FIGURA 30 – DIAGRAMA P-V VARIANDO A PRESSÃO DE MOTAGEM



FONTE: a autora (2019).

4.2 RESULTADOS DO MODELO EXPERIMENTAL

4.2.1 Primeira versão

Após a finalização da confecção da primeira versão do motor, foram realizadas tentativas de partida sem sucesso. Ao dar impulsos no volante, notava-se a baixa eficiência mecânica do motor. Diante disto, todos os anéis dos pistões foram removidos.

Entretanto, outro empecilho foi o notável vazamento de fluido de trabalho por entre os flanges e também pelas soldas realizadas para a construção dos permutadores. A primeira solução foi a utilização de borrachas de vedação entre os flanges e ressoldar os permutadores.

As borrachas de vedação foram eficazes para remover grande parte do vazamento, porém, os vazamentos entre as soldas persistiram mesmo com novas tentativas de ressoldagem.

Assim, iniciou-se a confecção da segunda versão.

4.2.2 Segunda versão

Diante das tentativas frustradas da primeira versão, buscou-se alternativas para solucionar os vazamentos, conforme apresentado na seção 3.3.1.2.

Neste protótipo, as conexões removeram parte dos vazamentos restantes, e foram iniciados testes com aquecimento para analisar o comportamento do motor. O permutador foi aquecido com o auxílio de um maçarico, mas percebeu-se que não havia transferência de calor entre os permutadores, sendo que, o permutador de arrefecimento permaneceu em baixa temperatura durante todo o teste.

Diante destas dificuldades e tentativas de partidas sem sucesso, buscou-se determinar a potência mínima para o acionamento do motor Stirling a partir da potência fornecida por um motor elétrico. Como mencionado na seção 3.4, os ensaios foram aplicados apenas na segunda versão do protótipo.

Os resultados dos ensaios foram obtidos a partir da variação da rotação do motor Stirling de 90 a 240 rpm. As voltagens, correntes e potência foram obtidas em uma fase do motor de indução, sendo apresentadas na TABELA 12.

TABELA 12 – RESULTADOS OBTIDOS NO ENSAIO

Ensaio	Rotação	Voltagem (V)	Corrente (A)	Potência (W)
Motores acoplados sem aquecimento	90	131,3	0,58	60,6
	120	156,9	0,58	72,5
	150	178,7	0,60	85,4
	180	218,6	0,60	104,5
	210	250,8	0,61	121,9
	240	271,2	0,62	133,9

FONTE: a autora (2019).

Como pode ser observado, o motor elétrico deve fornecer uma potência elevada ao motor Stirling, onde estes valores correspondem a potência mínima que deve ser fornecida ao motor para atingir a rotação correspondente. Uma comparação deste resultado com os obtidos nas simulações é apresentado na TABELA 13.

TABELA 13 – COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES E DO PROTÓTIPO

Rotação (rpm)	Potência obtida no modelo isotérmico (W)	Potência obtida no modelo adiabático (W)	Potência fornecida ao protótipo (W)
90	5,18	4,33	60,6
120	6,9	5,8	72,5
150	8,6	7,2	85,4
180	10,4	8,7	104,5
210	12	10,1	121,9
240	13,8	11,6	133,9

FONTE: a autora (2019).

Observa-se que a potência que deve ser fornecida ao motor é muito maior do que a potência útil obtida nas simulações. Além disso, segundo Rogdakis et al.⁸ (2002, apud BARROS, 2005), o modelo de Schmidt apresenta um rendimento de até 60% maior do que o modelo real, e isto, evidência que o modelo experimental proposto não pode produzir trabalho útil.

Ajey (2017), desenvolveu experimentalmente um motor Stirling tipo Alfa a partir de com compressor de ar, onde também apresentou problemas com a transferência de calor entre os permutadores. Diante disto, o autor propôs como solução o estudo de um parâmetro para avaliação dos efeitos da taxa de transferência de calor externa, pois apenas alterar o fluido de trabalho ou aumentar a pressão não garantem melhorias no desempenho.

O motor desenvolvido por Batmaz e Üstün (2008), obteve 11% de eficiência devido a problemas com vazamentos e com a área da superfície de transferência de calor. O autor concluiu por meio de experimentos que os permutadores utilizados são inadequados devido a redução do torque do motor em função do aumento de temperatura.

⁸ ROGDAKIS, E. D., PARADISSIS, E. A., BORBILAS, N. A., NIKOLAIDIS, A. P. **A MathCAD program (AMOCO) as a simple tool for the study of the Stirling engines**. 6TH EUROPEAN STIRLING FORUM, Osnabrück, Germany, September 18-19, 2002;

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As simulações computacionais apresentaram resultados baseados em condições ideais, as quais não contabilizam perdas térmicas e mecânicas. Porém, os resultados obtidos foram satisfatórios, sendo informações relevantes sobre o comportamento de um motor real e se mostraram úteis para execução de dimensionamento preliminares bem como avaliação dos principais parâmetros de operação.

A potência útil obtida no modelo isotérmico foi 17,47 W e 42,07% de eficiência a 300 rpm e um gradiente de temperatura de 220°C. Já o modelo adiabático apresentou 14,45 W e eficiência de 33,5% com as mesmas condições operacionais. Como esperado, a modelagem adiabática apresentou resultados inferiores ao modelo isotérmico, entretanto, são mais coerentes com um modelo real.

Além disso, com o estudo paramétrico, constatou-se que há meios que podem ser utilizados para melhorar a potência útil do motor, entretanto, há outros parâmetros que podem ser avaliados como: temperatura, ângulo de fase, volumes deslocados e volumes mortos.

O processo de construção de um protótipo apresentou dificuldades com a estanqueidade, construção dos permutadores e transferência de calor entre os permutadores. Deste modo, a partir dos ensaios realizados, constatou-se que a potência que deve ser fornecida ao motor é muito maior do que a potência útil obtida durante as simulações.

Além disso, devido ao não funcionamento dos protótipos, a validação dos resultados com os modelos computacionais foi prejudicada.

5.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

As recomendações elencadas a seguir, não foram consideradas no presente trabalho, entretanto, podem melhorar significativamente a eficácia do motor:

- Aperfeiçoar os permutadores de calor eliminando vazamentos;
- Otimizar os volumes dos permutadores;
- Reduzir ao gasto energético para acionamento do mecanismo;
- Aperfeiçoar o mecanismo de troca de calor;
- Utilizar um mecanismo de pressurização para obter maiores potências;

- Analisar o volume de regeneração e a malha regenerativa para melhorar sua eficiência.

REFERÊNCIAS

AHMED, F.; HULIN, H.; KHAN, A. M. Numerical modeling and optimization of beta-type Stirling engine. **Applied Thermal Engineering**. v. 149, n. 25, p. 385-400, fev, 2019.

AJEY, N. **Experimental and Computational Studies on an Alpha Type Stirling Engine for Combined Heat and Power Applications**. 2017. 64 f. Tese (Mestrado em Ciência) - Indian Institute Of Technology Madras, 2017.

ALTIM, M.; OKUR, M.; IPCI, D.; HALIS, S.; KARABULUT, H. Thermodynamic and dynamic analysis of an alpha type Stirling engine with Scotch Yoke mechanism. **Energy**, v. 148, p. 855-865, 2018.

BABAE LAHI, M.; SAYYAADI, H. Simple-II: A new numerical thermal model for predicting thermal performance of Stirling engines. **Renewable Energy**, v. 69, n. 1, p. 873-890, mai. 2014.

BARROS, R. W.; **Avaliação Teórica e Experimental do Motor Stirling Modelo Solo 161 Operando com Diferentes Combustíveis**. 164 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2005.

BATMAZ, I.; ÜSTÜN, S. Design and manufacturing of a V-type Stirling engine with double heaters. **Applied Energy**, v. 85, p. 1041-1049, nov. 2008.

BEERBAUM, S.; WEINREBE, G. Solar thermal power generation in India—a techno-economic analysis. **Renewable Energy**, v. 21, n. 2, p. 153-174, out. 2000.

BELTRÁN-CHACON, R.; LEAL-CHAVEZ, D.; SAUCEDA, D.; PELLEGRINI-CERVANTES, M.; BORUNDA, M. Design and analysis of a dead volume control for a solar Stirling engine with induction generator. **Energy**, v. 93, p. 2593-2603, nov. 2015.

CHAN, J.; HOYE, T.; SCHULZE, E.; WISER, J. **Advanced stirling radioisotope generator design overview and future plans**. p. 2, 2015.

COSTA, J. M. S. **Metodologia Simplificada para a Análise Termoeconomica de Sistemas de Cogeração como Motor Stirling**. Dissertação (Mestrado) - Universidade do Minho, Escola de Engenharia, 2013.

CRUZ, V. G da; **Desenvolvimento Experimental de um Motor Stirling Tipo Gama**. 70 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2012.

ÇENGEL, Y. A.; BOLES, M. A. **Termodinâmica**. Porto Alegre: AMGH, 2013.

ÇENGEL, Y. A.; CIMBALA, J. M; **Mecânica dos Fluidos – Fundamentos e Aplicações**. Porto Alegre: AMGH, 2015.

ÇINAR, C.; AKSOY, F.; SOLMAZ, H.; YILMAZ, E.; UYUMAZ, A. Manufacturing and testing of an alpha-type Stirling engine. **Applied Thermal Engineering**, v. 130, p. 1373–1379, 2018.

DIAS, L. V. R. **Modelagem e Análise Experimental de um Protótipo Didático de Motor Stirling**. 119 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica e da Computação) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2016.

DRUMOND, C. C; **Simulação Numérica de um Motor Stirling Rotativo**. 70 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2017.

ENRÍQUEZ, C. L.; GUADALUPE, A. J. **Diseño y construcción de un motor Stirling solar para el laboratorio de termodinámica**. Trabalho de Graduação (Engenharia Mecânica) - Escuela Politécnica Nacional, Facultad de Ingeniería Mecánica, Quito, 2011.

ERNEST, W.; SHALTENS, R. **Automotive Stirling Engine Development Project**. Cleveland: National Aeronautics and Space Administration, p. 162, 1997.

FERREIRA, A. C.; FERREIRA, C.; TEIXEIRA, S.; TEIXEIRA, J.; NUNES, M. L.; MARTINS, L. B. **Thermal-Economic Modeling of a Micro-CHP Unit Based on a Stirling Engine**. In Proceedings of the ASME 2013 International Mechanical Engineering Congress & Exposition IMECE2013 (pp. 1–10). San Diego, CA, 2013.

GUZMÁN, B. L. Z.; CASTAÑESA, M. F. B. **Diseño y construcción de un motor Stirling solar tipo alfa de pequeño porte**. Trabalho de Graduação (Engenharia Mecânica) – Universidad Autónoma de Occidente, Santiago de Cali, 2018.

HILLIG, T. **A Hybrid Solution with Concentrated Solar Power (CSP) and Fuel for Baseload Mining Operations**. [S.l.], p.13, 2016.

HIRATA, K; **Schmidt theory for stirling engines**. 1997. Disponível em: <<http://www.bekkoame.ne.jp/~khirata>>. Acesso em: 04 fev. 2018.

KADRI, Y.; HADJ ABDALLAH, H.; Performance evaluation of a stand-alone solar dish Stirling system for power generation suitable for off-grid rural electrification. **Energy Conversion and Management**, v. 129, p. 140–156, out. 2016.

KITZNER, E. **Automotive Stirling Engine Development Program**. Dearborn: Ford Motor Company, p. 98, 1977.

LLOYD, C. C; **A low temperature differential Stirling engine for power generation**. Tese de Mestrado em Engenharia. University of Canterbury, (2009).

MARTINI, W.R; **Stirling engine design manual**, report no. NASA CR-135382 Collie M.J. (Ed.), Stirling engine design and feasibility for automotive use, Noyes data corp., New Jersey (1979), p. 60.

MEDINA, J. R. V.; **Análise Teórica Do Motor Stirling Amazon Visando à Otimização Do Desempenho**. 219 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal De Itajubá, Itajubá, 2012.

MORAN, M. J; SHAPIRO, H. N.; BOETTNER, D. D.; BAILEY, M. B. **Princípios de Termodinâmica para Engenharia**. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

OLIVEIRA, P.M.C. de; DECHOUM, K. Facilitando a Compreensão da Segunda Lei da Termodinâmica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 25, n. 4, p. 359-363, dez. 2003.

ROSA, Aldo Vieira da; **Processos De Energias Renováveis**. Tradução Paula Santos Diniz, 3. ed. Rio de Janeiro: Editora Elsevier, 2015.

SANT'ANNA, B. H de; YANO, D. H. S. **Projeto e simulação de um motor Stirling**. 126 f. Trabalho de Graduação (Bacharelado em Engenharia Mecânica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

SANTOS, A. C A. **Análise Numérica de um Modelos Adiabático e não Adiabático em um motor Stirling**. 57 f. Trabalho de Graduação (Bacharelado em Engenharia de Energia) – Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

SCOLLO, L.; VALDEZ, P.; BARÓN, J. Design and construction of a Stirling engine prototype. **International Journal of Hydrogen Energy**, Mendonza, v. 33, n. 13, p. 3506–3510, jul. 2008.

SCOLLO, L.; VALDEZ, P.; SANTAMARINA, S.R.; CHINI, M. R. BARÓN, J. Twin cylinder alpha Stirling engine combined model and prototype redesign. **International Journal of Hydrogen Energy**. v. 38, p. 1988 – 1996, 2013.

SEPULVEDA, S.; WILKINSON, J.; TIBURCIO, B.; HERRERA, S. **Agroenergia e Desenvolvimento de Comunidades Rurais Isoladas**. Brasília: [s.n.], p. 268, 2008.

SMITH, J. M; VAN NESS, H. C; ABBOTT, M. M. **Introdução à Termodinâmica da Engenharia Química**. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

SONNTAG, R. E.; BORGNACKE, C.; WYLEN, G. J. V. **Fundamentos da Termodinâmica**. [S.I.]: Edgard Blucher, 2003.

THOMBARE, D. G; VERMA, S. K; Technological development in the Stirling cycle engines. **Renewable and Sustainable Energy Review**, v. 12, p. 1–38, 2008.

TIMOUMI, Y.; TLILI, I.; NASRALLAH, S. B. Design and performance optimization of GPU-3 Stirling engines. **Renewable Energy**, v. 33, p. 1100-1114, 2008.

TLILI, I.; TIMOUMI, Y.; NASRALLAH, S. B. Analysis and design consideration of mean temperature differential Stirling engine for solar application. **Renewable Energy**, v. 33, p. 1911-1921, 2008.

URIELI, I.; BERCHOWITZ, D.M. **Stirling Cycle Engine Analysis**. Adam Hilger Ltd., Bristol, U.K., 1984.

URIELI, I.; **A Computer Simulation of Stirling Cycle Machines**. 313 p. Tese (Doutorado) - University of the Witwatersrand, Faculty of Engineering, Curso de Mechanical Engineering, Johannesburg, 1997.

VIDAL, F.; LIMA, M.; **Funcionamento e Aplicação de Motores Stirling em Veículos Híbridos**. 38 f. Trabalho de Graduação (Tecnólogo em Eletrônica Automotiva) – Faculdade de Tecnologia de Santo André, Santo André, 2014.

WALKER, G. **Stirling Engines**. Nova Iorque: Oxford University Press, 1980.

WILKE H.; LORA E. **Desenvolvimento de um módulo combustor biomassa – motor Stirling – aplicado a sistemas de geração isolada e baseados em gerador de indução**. Núcleo de Excelência em Geração Termelétrica e Distribuída (Nest). Universidade Federal De Itajubá (Unifei), 2004.

WU, D. W., & WANG, R. Z. Combined cooling, heating and power: A review. **Progress in Energy and Combustion Science**, v. 32, n. 5-6, p. 459–495, fev. 2006.

APÊNDICE 1 – ANÁLISE ISOTÉRMICA DE SCHMIDT

Durante o funcionamento do motor, os volumes instantâneos de expansão e de compressão variam em função do ângulo de giro x . O volume instantâneo de expansão V_E é definido na Equação (18), sendo função do volume deslocado pelo pistão de expansão V_{SE} e o volume morto do espaço de expansão V_{DE} .

$$V_E = \frac{V_{SE}}{2} (1 - \cos x) + V_{DE} \quad (18)$$

O volume instantâneo de compressão V_C é função de um ângulo de fase dx devido a configuração do motor, em que os cilindros de expansão e compressão apresentam uma defasagem de 90° . Além disso, deve-se levar em consideração o volume percorrido pelo pistão de compressão V_{SC} e o volume morto de compressão V_{DC} .

$$V_C = \frac{V_{SC}}{2} [1 - \cos(x - dx)] + V_{DC} \quad (19)$$

O volume total instantâneo é dado pela Equação (20), sendo V_R o volume do regenerador.

$$V = V_E + V_R + V_C \quad (20)$$

Seguindo a consideração (4) de que não há fuga do fluido de trabalho e de acordo com o princípio de conservação de massa, a massa total do sistema é dada pela soma parcial de cada espaço. Assim, a partir da equação do gás ideal:

$$m = \frac{PV_E}{RT_E} + \frac{PV_R}{RT_R} + \frac{PV_C}{RT_C} \quad (21)$$

De acordo com a consideração (9) a temperatura do regenerador é calculada pela Equação (22).

$$T_R = \frac{T_E + T_C}{2} \quad (22)$$

De acordo com Zamora⁹ (2006 apud DIAS, 2016), a eficiência de Carnot é proporcional ao gradiente de temperatura entre as fontes quente e fria. Essa relação, chamada de temperatura relativa, é dada pela razão entre a temperatura do espaço de compressão pela temperatura de expansão e quanto menor seu valor, maior a eficiência.

$$t = \frac{T_C}{T_E} \quad (23)$$

O volume percorrido relativo é razão entre o volume deslocado pelo pistão de compressão e o volume deslocado pelo pistão de expansão.

$$v = \frac{V_{DC}}{V_{DE}} \quad (24)$$

Os volumes mortos relativos são dados segundo as seguintes equações:

$$X_{DE} = \frac{V_{DE}}{V_{SE}} \quad (25)$$

$$X_{DC} = \frac{V_{DC}}{V_{SE}} \quad (26)$$

$$X_R = \frac{V_R}{V_{SE}} \quad (27)$$

Substituindo as Equações (22) e (23) na Equação (21), temos:

⁹ ZAMORA, V. R. A. Diseño y Construcción de un Motor Stirling para la Generación de Energía Eléctrica. Trabajo de Graduação (Engenharia Mecânica) - UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA, Lima, 2006.

$$P = \frac{mRT_C}{V_E t + \frac{2tV_R}{1+t} + V_C} \quad (28)$$

Substituindo as Equações (18) e (19) e as Equação (24) - (27) na Equação (28) e simplificando:

$$P = \frac{2mRT_C}{V_{SE}[S - t \cos(x) - v \cos(x - dx)]} \quad (29)$$

Onde:

$$S = t + 2tX_{DE} + \frac{4tX_R}{1+t} + v + 2X_{DC} \quad (30)$$

Para simplificar a Equação (29) devemos considerar a seguinte identidade trigonométrica:

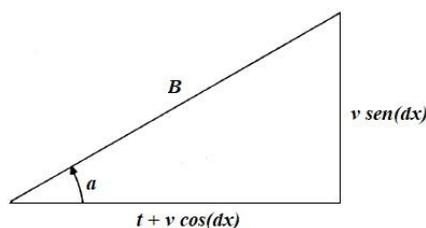
$$\cos(x - dx) = \cos(x) \cos(dx) + \text{sen}(x) \text{sen}(dx) \quad (31)$$

Assim, segue-se que:

$$P = \frac{2mRT_C}{V_{SE}\{S - \cos(x)[t + \cos(dx)] + \text{sen}(x)[v \text{sen}(dx)]\}} \quad (32)$$

A FIGURA 31 apresenta substituições trigonométricas utilizadas para continuar a simplificação.

FIGURA 31 – SUBSTITUIÇÕES TRIGONOMÉTRICAS



FONTE: A autora (2019).

De acordo com a FIGURA 31, podemos considerar as seguintes substituições trigonométricas:

$$B \cos(a) = t + v \cos(dx) \quad (33)$$

$$B \sin(a) = v \sin(dx) \quad (34)$$

Deste modo, temos que:

$$a = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\sin(a)}{\cos(a)} \right) = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{v \sin(dx)}{t + v \cos(dx)} \right) \quad (35)$$

Substituindo as Equações (33) e (34) na Equação (32):

$$P = \frac{2mRT_C}{V_{SE}[S - \cos(x) B \cos(a) + \sin(x) B \sin(a)]} \quad (36)$$

Onde B pode ser determinado a partir do Teorema de Pitágoras.

$$B = \sqrt{t^2 + 2tv \cos(dx) + v^2} \quad (37)$$

Utilizando a mesma substituição trigonométrica da Equação (31), a pressão instantânea no motor se reduz a:

$$P = \frac{2mRT_C}{V_{SE}[S - B \cos(x - a)]} \quad (38)$$

A partir das Equações (20) e (38) um diagrama P-V pode ser construído para calcular o desempenho do motor.

As pressões máxima e mínima são avaliadas a partir de valores extremos de $\cos(x - a)$. Quando $\cos(x - a) = -1$, a pressão a pressão instantânea do motor é a pressão mínima, conforme a Equação (39).

$$P_{mín} = \frac{2mRT_C}{V_{SE}(S + B)} \quad (39)$$

Analogamente, quando $\cos(x - a) = 1$, a pressão instantânea do motor é a pressão máxima.

$$P_{máx} = \frac{2mRT_C}{V_{SE}(S - B)} \quad (40)$$

A pressão média do ciclo é dada por:

$$P_{méd} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P dx = \frac{2mRT_C}{V_{SE}\sqrt{S^2 - B^2}} \quad (41)$$

O trabalho realizado pelo pistão para expandir o gás durante o ciclo, pode ser determinado em função da pressão mínima, máxima ou média, segundo as equações:

$$W_E = \oint P dV_E = \frac{P_{mín}V_{SE}\text{sen}(a)\pi c}{1 + \sqrt{1 - c^2}} \cdot \frac{\sqrt{1 + c}}{\sqrt{1 - c}} \quad (42)$$

$$W_E = \oint P dV_E = \frac{P_{máx}V_{SE}\text{sen}(a)\pi c}{1 + \sqrt{1 - c^2}} \cdot \frac{\sqrt{1 - c}}{\sqrt{1 + c}} \quad (43)$$

$$W_E = \oint P dV_E = \frac{P_{méd}V_{SE}\text{sen}(a)\pi c}{1 + \sqrt{1 - c^2}} \quad (44)$$

Sendo c definido por:

$$c = \frac{B}{S} \quad (45)$$

Da mesma maneira, o trabalho de compressão pode ser calculado a partir das seguintes equações:

$$W_C = \oint P dV_C = -\frac{P_{\min} V_{SE} \operatorname{sen}(a) \pi c t}{1 + \sqrt{1 - c^2}} \cdot \frac{\sqrt{1 + c}}{\sqrt{1 - c}} \quad (46)$$

$$W_C = \oint P dV_C = -\frac{P_{\max} V_{SE} \operatorname{sen}(a) \pi c t}{1 + \sqrt{1 - c^2}} \cdot \frac{\sqrt{1 - c}}{\sqrt{1 + c}} \quad (47)$$

$$W_C = \oint P dV_C = -\frac{P_{\text{méd}} V_{SE} \operatorname{sen}(a) \pi c t}{1 + \sqrt{1 - c^2}} \quad (48)$$

O trabalho útil, $W_{\text{útil}}$, realizado pelo motor é dado pela soma algébrica dos trabalhos de expansão e de compressão.

$$W_{\text{útil}} = W_E + W_C \quad (49)$$

A potência do motor é definida pela Equação (50), em que, n é a velocidade angular da rotação do volante.

$$Pot = n W_{\text{útil}} \quad (50)$$

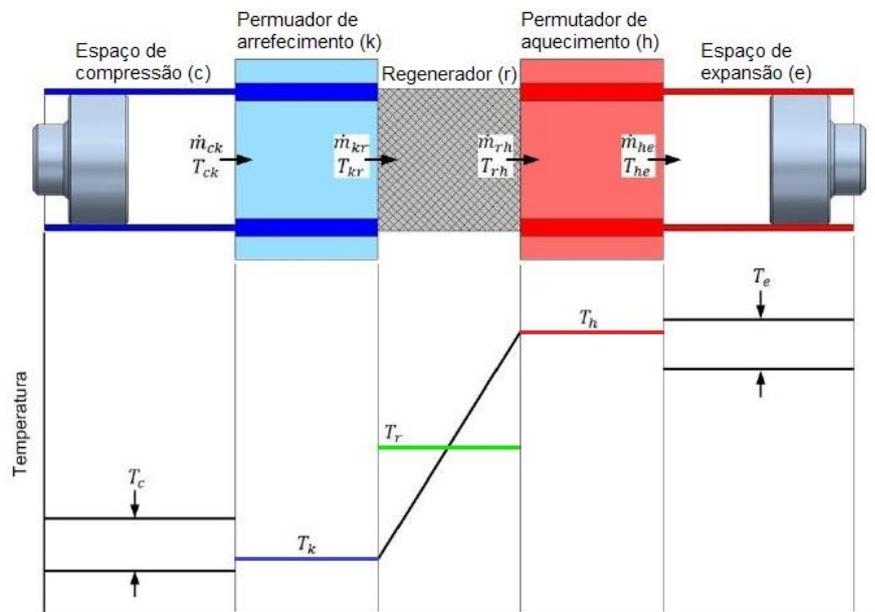
A eficiência do motor é calculada de acordo com a Equação (51).

$$\eta = \frac{W_{\text{útil}}}{W_E} \quad (51)$$

APÊNDICE 2 – ANÁLISE ADIABÁTICA DE FINKELSTEIN

O equacionamento dessa análise tem como referência o trabalho de Urieli e Berchowitz (1984 apud Sant'anna e Yano, 2012), onde a FIGURA 32, apresenta o modelo esquemático utilizado para o seu desenvolvimento.

FIGURA 32 – DISTRIBUIÇÃO DA TEMPERATURA DO FLUIDO DE TRABALHO CONFORME A ANÁLISE DE FINKELSTEIN



FONTE: Adaptado de THOMBARE (2008).

Observa-se que as temperaturas dos espaços de compressão e de expansão não são constantes, e sim de acordo com os processos de compressão e expansão adiabáticos. Deste modo, as temperaturas do fluido de trabalho em T_{ck} e T_{he} dependem da sua direção, sendo:

$$\begin{cases} T_{ck} = T_c & \forall \dot{m}_{ck} \geq 0 \\ T_{ck} = T_k & \forall \dot{m}_{ck} < 0 \end{cases} \quad (52)$$

$$\begin{cases} T_{he} = T_h & \forall \dot{m}_{he} \geq 0 \\ T_{he} = T_e & \forall \dot{m}_{he} < 0 \end{cases} \quad (53)$$

As Equações (52) e (53), implicam na necessidade de resolver o sistema a partir de um processo numérico iterativo. As temperaturas na fronteira do regenerador podem ser simplificadas ao adotar as temperaturas dos trocadores de calor.

$$T_{kr} = T_k \quad (54)$$

$$T_{rh} = T_h \quad (55)$$

A temperatura média efetiva pode ser descrita pela distribuição linear observada na FIGURA 32.

$$T = \frac{T_h - T_k}{L_r} x + T_k \quad (56)$$

Nesta análise, consideramos que o fluido de trabalho é ideal, deste modo, obtemos a seguinte expressão para a massa total de fluido no regenerador:

$$m_r = \int_0^{V_r} \rho dV_r = \int_0^{V_r} \left(\frac{P}{RT} \right) dV_r \quad (57)$$

A área da secção do regenerador pode ser considerada constante, deste modo, o volume total e seu diferencial são descritos como:

$$V_r = A_r L_r \quad (58)$$

$$dV_r = A_r dx \quad (59)$$

Substituindo as Equações (56), (58) e (59) na Equação (57) e integrando, tem-se que:

$$m_r = \frac{PV_r}{R(T_h - T_k)} \ln \left(\frac{T_h}{T_k} \right) \quad (60)$$

A equação do gás ideal pode ser utilizada em qualquer ponto do motor, sendo assim, a massa de fluido de trabalho no regenerador também pode ser determinada da seguinte forma:

$$m_r = \frac{PV_r}{RT_r} \quad (61)$$

Igualando as Equações (60) e (61) a temperatura média efetiva do regenerador resulta em:

$$T_r = \frac{(T_h - T_k)}{\ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)} \quad (62)$$

Sendo constante no sistema, a massa de fluido de trabalho e sua diferencial são descritas como:

$$m = m_c + m_k + m_r + m_h + m_e \quad (63)$$

$$0 = dm_c + dm_k + dm_r + dm_h + dm_e \quad (64)$$

Durante o ciclo, não há perda de carga, logo, P é a pressão instantânea em todo o sistema. A partir da equação do gás ideal, essa pressão pode ser determinada, conforme a equação a seguir.

$$P = \frac{mR}{\left(\frac{V_c}{T_c} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_e}\right)} \quad (65)$$

Uma vez que os volumes e temperaturas nos permutadores de calor e no regenerador são constantes, pode-se determinar a massa de fluido de trabalho nestes espaços em suas formas diferenciais a partir da equação do gás ideal.

$$\frac{dP}{P} + \frac{dV}{V} = \frac{dm}{m} + \frac{dT}{T} \Rightarrow dm = \frac{dPV}{R T} \quad (66)$$

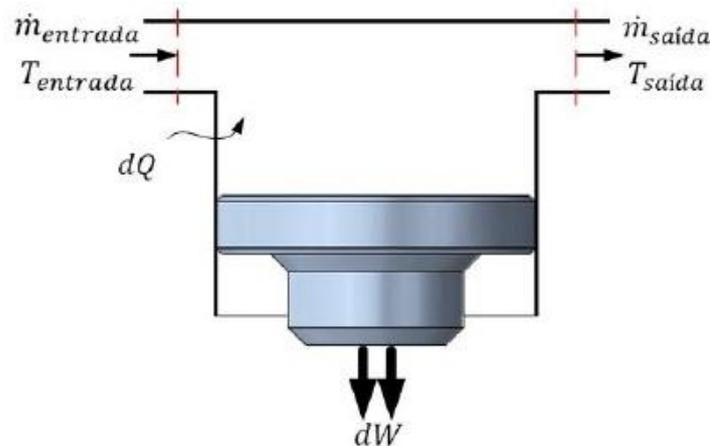
$$dm_k = \frac{dP V_k}{R T_k} \quad (67)$$

$$dm_r = \frac{dP V_r}{R T_r} \quad (68)$$

$$dm_h = \frac{dP V_h}{R T_h} \quad (69)$$

As equações diferenciais de massa nas regiões de compressão e expansão são determinadas considerando o volume de controle apresentado na FIGURA 33, onde as variações de energia cinética e energia potencial gravitacional são desprezadas.

FIGURA 33 – VOLUME DE CONTROLE GENERALIZADO



FONTE: SANT'ANNA e YANO (2012).

O balanço de energia aplicado ao volume de controle apresentado na FIGURA 33 resume-se a:

$$dU = dQ - dW + \dot{m}_{entrada} h_{entrada} - \dot{m}_{saida} h_{saida} \quad (70)$$

Adotando que os calores específicos do fluido de trabalho são constantes a Equação (70) pode ser reescrita como segue:

$$c_v d(mT) = dQ - dW + \dot{m}_{entrada} c_p T_{entrada} - \dot{m}_{saída} c_p T_{saída} \quad (71)$$

Segundo a equação do gás ideal o termo mT da Equação (71) pode ser substituído por PV/R .

$$\frac{c_v}{R} (PdV + VdP) = dQ - dW + \dot{m}_{entrada} c_p T_{entrada} - \dot{m}_{saída} c_p T_{saída} \quad (72)$$

Ao aplicar a Equação (72) para a câmara de compressão do motor, têm-se que:

$$\frac{c_v}{R} (PdV + VdP) = -dW_c - \dot{m}_{ck} c_p T_{ck} \quad (73)$$

Analisando o balanço de massa no espaço de compressão, têm-se que $dm_c = -\dot{m}_{ck}$, além disso, $dW = PdV$. Deste modo, a Equação (73) é reescrita da seguinte forma:

$$\frac{c_v}{R} (PdV + VdP) = -PdV_c + dm_c c_p T_{ck} \quad (74)$$

Substituindo c_p/c_v por γ e isolando o diferencial de massa da câmara de compressão a Equação (74) resume-se a:

$$dm_c = \frac{\frac{R}{c_p} PdV_c + \frac{c_v}{c_p} (PdV_c + V_c dP)}{RT_{ck}} = \frac{PdV_c + \frac{V_c dP}{\gamma}}{RT_{ck}} \quad (75)$$

Analogamente, o diferencial de massa para o espaço de expansão resume-se a:

$$dm_e = \frac{PdV_e + \frac{V_e dP}{\gamma}}{RT_{he}} \quad (76)$$

A partir da determinação dos diferenciais de massa a Equação (64) pode ser reescrita, resultando em:

$$0 = \frac{PdV_c + \frac{V_c dP}{\gamma}}{RT_{ck}} + \frac{dP}{R} \left(\frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h} \right) + \frac{PdV_e + \frac{V_e dP}{\gamma}}{RT_{he}} \quad (77)$$

Uma equação para o diferencial de pressão pode ser determinada isolando dP na Equação (77).

$$dp = \frac{-\gamma P \left(\frac{dV_c}{T_{ck}} + \frac{dV_e}{T_{he}} \right)}{\left[\frac{V_c}{T_{ck}} + \gamma \left(\frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h} \right) + \frac{V_e}{T_{he}} \right]} \quad (78)$$

A partir da equação do gás ideal diferenciada, os diferenciais de temperaturas podem ser explicitados para os espaços de compressão e expansão do motor.

$$dT_c = T_c \left(\frac{dP}{P} + \frac{dV_c}{V_c} - \frac{dm_c}{m_c} \right) \quad (79)$$

$$dT_e = T_e \left(\frac{dP}{P} + \frac{dV_e}{V_e} - \frac{dm_e}{m_e} \right) \quad (80)$$

Aplicando o balanço de energia em cada trocador de calor, pode-se obter o calor transferido, conforme as equações a seguir:

$$dQ_k = \frac{V_k c_v dP}{R} - c_p (\dot{m}_{ck} T_{ck} - \dot{m}_{kr} T_{kr}) \quad (81)$$

$$dQ_r = \frac{V_r c_v dP}{R} - c_p (\dot{m}_{kr} T_{kr} - \dot{m}_{rh} T_{rh}) \quad (82)$$

$$dQ_h = \frac{V_h c_v dP}{R} - c_p (\dot{m}_{rh} T_{rh} - \dot{m}_{he} T_{he}) \quad (83)$$

Os diferenciais de trabalho são dados pelas equações a seguir:

$$dW_c = PdV_c \quad (84)$$

$$dW_e = PdV_e \quad (85)$$

$$dW = dW_c + dW_e = P(dV_c + dV_e) \quad (86)$$

Neste trabalho, o método numérico utilizado para integrar as equações diferenciais é o de Runge-Kutta de 4ª ordem adotando valores iniciais para as variáveis. Devido à complexidade de resolução, esse método foi implementado no software MatLab®.

Segundo Köckler¹⁰ (1994 apud SANT'ANNA e YANO, 2012), o método de Runge-Kutta de 4ª ordem consiste em determinar o próximo valor de uma variável y a partir do atual e um incremento diferencial Δy , levando em consideração os valores obtidos para y anteriormente, conforme observado nas Equações (87) e (88).

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y \quad (87)$$

$$\Delta y = \frac{\Delta y_1 + 2\Delta y_2 + 2\Delta y_3 + \Delta y_4}{6} \quad (88)$$

Os incrementos $\Delta y_1 \dots \Delta y_4$ são funções da derivada y em relação à x , conforme:

$$\Delta y_1 = \Delta x \cdot f(x_i, y_i) \quad (89)$$

$$\Delta y_2 = \Delta x \cdot f\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}, y_i + \frac{\Delta y_1}{2}\right) \quad (90)$$

$$\Delta y_3 = \Delta x \cdot f\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}, y_i + \frac{\Delta y_2}{2}\right) \quad (91)$$

¹⁰ KÖCKLER, Norbert. **Numerical Methods and Scientific Computing**: Using Software Libraries for Problem Solving. Oxford: Clarendon, 1994.

$$\Delta y_4 = \Delta x \cdot f(x_i + \Delta x, y_i + \Delta y_3) \quad (92)$$

O método de Runge-Kutta deve integrar as equações diferenciais para um ciclo. Caso os valores das variáveis iniciais e finais não coincidirem, iterações subsequentes devem ser realizadas. Entretanto, há uma condição razoável de erro para a convergência, conforme a Equação (93):

$$erro = |T_c(\theta = 0) - T_c(\theta = 360)| + |T_e(\theta = 0) - T_e(\theta = 360)| \quad (93)$$

Neste modelo, adotou-se um erro de convergência de 0,01 K.

APÊNDICE 3 – ALGORÍTMO DA ANÁLISE ISOTÉRMICA

▪ Programa principal

```

%% Programa principal
clc
clear global

%% Dimensões do pistão
Pistao_diametro_c=5.0/100;           % [m]
Pistao_diametro_e=Pistao_diametro_c; % [m]
Pistao_curso=7.0/100;               % [m]

%% Volumes deslocado pelos cilindros
V_sc_max=((Pistao_diametro_c)^2)*pi/4*Pistao_curso;% [m³]
V_se_max=((Pistao_diametro_e)^2)*pi/4*Pistao_curso;% [m³]

%% Volumes fixos, resfriamento, regenerador, aquecimento
numero_tubos_e=12;
numero_tubos_c=7;
diametro_tubos=4/1000;             % Diâmetro interno tubos [m]
diametro_r=5/100;                  % Diâmetro do regenerador [m] 4cm
comprimento_c= 14.52/100;          % Comprimento médio dos tubos de compressão [m]
comprimento_e= 16.31/100;         % Comprimento médio dos tubos de expansão [m]
comprimento_r= 8.5/100;           % Comprimento regenerador [m]

V_morto_c=numero_tubos_c*pi*((diametro_tubos^2)/4)*comprimento_c; % [m³]
volume representado pelos tubos na área de compressão
V_morto_e=numero_tubos_e*pi*((diametro_tubos^2)/4)*comprimento_e; % [m³]
volume representado pelos tubos na área de expansão
V_r1=pi*((diametro_r^2)/4)*comprimento_r; % Volume do
Regenerador sem cilindro interno;
d_cil_reg=4/100; % [m]
cilindro interno do regenerador de 4 cm
V_cil_reg= pi*((d_cil_reg^2)/4)*comprimento_r; % [m³]
volume do cilindro interno

V_r=V_r1-V_cil_reg; % [m³] volume real do regenerador devido ao cilindro
interno

v_morto_c=0; % neste caso, os volumes mortos nos cilindros de compressão e
expansão são desprezíveis
v_morto_e=0;

V_dc=V_morto_c+v_morto_c; % [m³] Volume morto de compressão
V_de=V_morto_e+v_morto_e; % [m³] Volume morto de expansão

V_c_max=v_morto_c+V_sc_max; % [m³] Volume máximo na compressão, volume
varido na compressão + volume morto da compressão
V_e_max=v_morto_e+V_se_max; % [m³] Volume máximo na compressão, volume
varido na compressão + volume morto da compressão

Volume_montagem=V_e_max/2+V_c_max+V_dc+V_de+V_r; % [m³] volume total do
cilindro

%% Vetores

```

```

V_sc=zeros(1,360); %Vetor volume instantâneo de expansão
V_c=zeros(1,360); %Vetor volume instantâneo de compressão total
V_se=zeros(1,360); %Vetor volume instantâneo de expansão
V_e=zeros(1,360); %Vetor volume total instantâneo de expansão
V_T=zeros(1,360); %Vetor Volume total instantâneo
P=zeros(1,360); %Vetor pressão instantânea
angulo=zeros(1,360);%Vetor ângulo de giro

%% Determinando a constante do gás utilizado
MM_gas = 28.96864; % [kg/kmol] ar
R_universal=8314; % [J/(kmol.K)] Constante Universal dos gases
R_gas=R_universal/MM_gas; % Constante do gás utilizado

%% Pressão de Montagem e Ângulo de Determinação de massa interna
delta_theta=90; % Ângulo de defasagem entre os volumes deslocado em
cada cilindro; [graus]
P_inicial=101325; % [Pa] Pressão inicial do sistema quando o angulo é
theta_inicial;

%% Temperaturas de Operação, Resfriamento e Compressão
T_c=30+273; % [K] Temperatura do espaço de compressão
T_e=250+273; % [K] Temperatura do espaço de expansão
Tamb=25+273; % [K] Temperatura inicial
%% -----Adimensionalizacoes-----
[t,v,Xde,Xdc,Xr] =
adimensionalizacao(T_c,T_e,V_sc_max,V_se_max,V_de,V_r,V_dc);

%% -----Parametros-----
[a,S,B,c] = parametros(v,t,delta_theta,Xde,Xdc,Xr);

%% Massa interna
M_interna=(P_inicial*Volume_montagem)/(R_gas*Tamb); %[kg] PV=mRT

%% Determinado a pressão e os volumes de compressão e expansão instantâneos
% Início da análise de Schmidt
V_max=0; %Iniciando variável Volume máximo para cálculo da massa
for i=0:1:360
    theta=i;
    P(i+1)=(2*M_interna*R_gas*T_c)/(V_se_max*(S-B*cosd(theta-a))); % vetor
de pressão instantânea
    V_sc(i+1)=(V_sc_max/2)*(1-cosd(theta-delta_theta)); %Volume varrido
pela compressão em theta
    V_c(i+1)=V_sc(i+1)+V_dc; % vetor volume de compressão instantâneo

    V_se(i+1)=(V_se_max/2)*(1-cosd(theta)); %Volume varrido pela
expansão em theta
    V_e(i+1)=V_se(i+1)+V_de; % vetor de volume de expansão instantâneo

    V_T(i+1)=V_c(i+1)+V_e(i+1)+V_r; % vetor de volume total instantâneo
    angulo(i+1)=theta;

    if V_T(i+1)>V_max %iteração para determinação do ângulo do ciclo com
maior volume instantâneo total
        V_max=V_T(i+1); %maior volume instantâneo total
        ind=i; %angulo do ciclo com maior volume instantâneo total
    end
end

%% Trabalho em um ciclo

```

```

W_c=((-P_inicial*V_se_max*pi*c*(t)*sind(a))/(1+sqrt(1-
c^2)))*((sqrt(1+c))/(sqrt(1-c))); % [J] Trabalho de compressão
W_e=((P_inicial*V_se_max*pi*c*sind(a))/(1+sqrt(1-
c^2)))*((sqrt(1+c))/(sqrt(1-c))); % [J] Trabalho de expansão
W_net_Iso_ideal=(P_inicial*V_se_max*pi*c*(1-t)*sind(a))/(1+sqrt(1-
c^2))*((sqrt(1+c))/(sqrt(1-c))); % [J] Trabalho líquido

%% Potência
rpm=300;
rps=rpm/60;
P_otencia=W_net_Iso_ideal*rps; % Potencia desenvolvida [W]

%% Pressão média
P_mean=P_inicial*((1-c)/(1+c))^(1/2); % [Pa]
%% Eficiência
Eta_Carnot=(1-(T_c/T_e))*100; % [%]
Eta_Stirling=W_net_Iso_ideal/W_e*100; % [%]
%---Eficiências de Carnot e Stirling devem ser iguais---

%% Razão de compressão
rc=max(P)/min(P);
%% Gráficos
%-----Gráfico variação dos volumes Vc, Ve, Vt em um ciclo-----
figure (1)
plot(angulo, V_c* 100^3 , 'b', angulo, V_e* 100^3 , 'r', angulo, V_T* 100^3
, 'k') %Volume * 100^3 pela conversão m³->cm³
%title('Variação dos volumes em um ciclo')
xlabel('Ângulo [graus]')
ylabel('Volume [cm³]')
grid on
legend('Compressão','Expansão','Total')

%-----Gráfico variação da pressão pelos volumes-----
figure (2)
plot(V_c* 100^3,P/1000, 'b', V_e* 100^3, P/1000, 'r', V_T* 100^3,
P/1000,'k')
%title('Variação da pressão em relação ao volume total')
xlabel('Volume [cm³]')
ylabel('Pressão [kPa]')
grid on
legend('Compressão','Expansão','Total')

figure (3)
plot(angulo,P/1000)
grid on
xlabel('Ângulo [graus]')
ylabel('Pressão Instantânea [kPa]')

figure(4)
[hAx,hLine1,hLine2] = plotyy(angulo,V_T* 100^3,angulo,P/1000);
grid on
xlabel('Ângulo [graus]')
ylabel(hAx(1), 'Volume [cm³]')
ylabel(hAx(2), 'Pressão [kPa]')

%% Resultados
fprintf('--- Resultados da Análise Isotérmica Ideal ---\n')
fprintf(' Razão de compressão: %.2f \n', rc);
fprintf(' Potência Total de Saída: %.2f W \n', P_otencia);
fprintf(' Eficiência Térmica de Carnot: %.2f %%\n', Eta_Carnot);

```

```
fprintf(' Eficiência Térmica Stirling: %.2f %%\n', Eta_Stirling)
```

- **Função adimensionalização**

```
function[t,v,Xde,Xdc,Xr] =
adimensionalizacao(T_c,T_e,V_sc_max,V_se_max,V_de,V_r,V_dc)
t=T_c/T_e;
v=V_sc_max/V_se_max;
Xde=V_de/V_se_max;
Xdc=V_dc/V_se_max;
Xr=V_r/V_se_max;
```

- **Função parâmetros**

```
function[a,S,B,c] = parametros(v,t,delta_theta,Xde,Xdc,Xr)
a = atand((v*sind(delta_theta)) / (t+cosd(delta_theta)));
S = t + 2*t*Xde + (4*t*Xr / (1+t)) + v + 2*Xdc;
B = sqrt(t^2+2*t*v*cosd(delta_theta)+v^2);
c = B/S;
```

APÊNDICE 4 – ALGORÍTMO DA ANÁLISE ADIABÁTICA

- Programa principal

```

%Programa principal
clear;
clc;

%% Variáveis globais:
global Ve_max Vc_max
global Vr Ve_morto Vc_morto
global R_gas
global Tk Th Tamb Tr
global pressao_montagem M
global Eta_Carnot Eta_Stirling
global Qkpower Qhpower Qrpower Wpower freq

%% ----- Índices dos vetores -----
TC = 1; % Temperatura do espaço de compressão [K]
TE = 2; % Temperatura do espaço de expansão [K]
QK = 3; % Calor transferido para o cooler [J]
QR = 4; % Calor transferido para o regenerador [J]
QH = 5; % Calor transferido para o aquecedor [J]
WC = 6; % Trabalho realizado pelo espaço de compressão [J]
WE = 7; % Trabalho realizado pelo espaço de expansão [J]
W = 8; % Trabalho total [J]
P = 9; % Pressão [Pa]
VC = 10; % Volume do espaço de compressão [m³]
VE = 11; % Volume do espaço de expansão/// [m³]
COL = 37; % Número de colunas das matrizes mat e dmat (a cada 10° do ângulo
de giro)
%% ----- Parâmetros -----
Parametros; % Inicia a função "Parametros"

%% ----- Massa contida no motor -----
Volume_montagem = Vc_max + Vc_morto + Ve_max/2 + Ve_morto + Vr ;
M = pressao_montagem * Volume_montagem / (R_gas * Tamb);

%% ----- Análise Adiabática -----
[mat,dmat] = analise; % Inicia a função "analise"

%% ----- Cálculos -----
Qkpower = mat(QK,COL)*freq; % Calor transferido pelo
Cooler (W)
Qrpower = mat(QR,COL)*freq; % Calor liquido transferido
pelo Regenerador (W)
Qhpower = mat(QH,COL)*freq; % Calor Transferido pelo
Aquecedor (W)
Wpower = mat(W,COL)*freq; % Potência de saída (W)
Eta_Stirling = (mat(W,COL)/mat(WE,COL))*100; % Eficiência térmica do
Stirling Adiabático
Eta_Carnot=(1-(Tk/Th))*100; % Eficiência térmica de Carnot

%% ----- Resultados -----
fprintf('Resultados da Análise Adiabática Ideal\n')
fprintf(' Tk: %.2f[K], Th: %.2f[K]\n', Tk, Th);
fprintf(' Calor transferido pelo Cooler: %.2f[W]\n', Qkpower);

```

```
fprintf(' Calor liquido transferido pelo Regenerador: %.4f[W]\n', Qrpower);
fprintf(' Calor Transferido pelo Aquecedor: %.2f[W]\n', Qhpower);
fprintf(' Potencia Total de Saida: %.2f[W]\n', Wpower);
fprintf(' Eficiencia Termica : %.1f[%%]\n', Eta_Stirling);
fprintf(' Eficiencia Termica Carnot: %.1f[%%]\n', Eta_Carnot);
```

```
%% Gráficos
```

```
figure (1)
vet_VC=mat(VC,:)*1e6; % [cm³]
vet_VE=mat(VE,:)*1e6; % [cm³]
x = 0:10:360;
plot(x,vol,'k',x,vet_VC,'b',x,vet_VE,'r')
grid on
ylabel('Volume [cm^3]')
xlabel('theta [°]')
legend('Total','Compressão','Expansão')
```

```
% Gráfico pV
```

```
figure (2)
vol = (mat(VC,:) +Vr+ mat(VE,:))*1e6; % [cm³]
vet_VC=mat(VC,:)*1e6; % [cm³]
vet_VE=mat(VE,:)*1e6; % [cm³]
pres = (mat(P,:))/1000; % [kPa]
plot(vol,pres,'k',vet_VC,pres,'b',vet_VE,pres,'r')
grid on
xlabel('Volume [cm^3]')
ylabel('Pressão [kPa]')
legend('Total','Compressão','Expansão')
```

```
%Diagrama de energia
```

```
figure (3)
x = 0:10:360;
Qkol = mat(QK,:); % [J]
Qreg = mat(QR,:); % [J]
Qhot = mat(QH,:); % [J]
Work = mat(W,:); % [J]

plot(x,Qkol,'b-',x,Qreg,'g-',x,Qhot,'r-',x,Work,'k-');
xlim([0 360]);
grid on
legend('QK','QR','QH','W')
xlabel('Ângulo de giro [graus]');
ylabel('Energia [Joules]');
```

```
figure (4)
```

```
x = 0:10:360;
Qkol = mat(QK,:); % [J]
Qreg = mat(QR,:); % [J]
Qhot = mat(QH,:); % [J]
Work = mat(W,:); % [J]
dWork = dmat(W,:); % [J]
Wcom = mat(WC,:); % [J]
Wexp = mat(WE,:); % [J]
plot(x,Qkol,'b-',x,Qhot,'r-',x,Wcom,'b-v',x,Wexp,'r-v');
xlim([0 360]);
grid on
legend('Qk','Qh','Wc','We')
xlabel('Ângulo de giro [graus]');
ylabel('Energia [Joules]');
```

```

% Variação de temperatura
figure (5)
Tcomp = mat(TC,:);
Texp = mat(TE,:);
plot(x,Tcomp,'b-*',x,Texp,'r-*');
%legend('Compressão','Expansão')
hold on
x = [0,360];
y = [Tr,Tr];
plot(x,y,'g-')
y = [Tk,Tk];
plot(x,y,'b-')
y = [Th,Th];
plot(x,y,'r-')
hold off
grid on
xlabel('Ângulo de giro [graus]');
ylabel('Temperatura [K]');
legend('Compressão','Expansão','Regenerador','Arrefecimento','Aquecimento')

```

▪ Função parâmetros

```

function Parametros
% Variáveis globais:
global Volume_camera Ve_max Vc_max
global Vk Vr Vh Ve_morto Vc_morto
global Tk Th Tamb
global ang_fase pressao_montagem
global freq rpm
global e_reg
global R_gas cp_gas cv_gas gama_gas

%% Definição do fluido de trabalho
M = 28.96864; % [kg/kmol] massa molar
R = 8314; % [J/kmol-K]
R_gas = R / M; % [J/kg-K]

%% Dimensoes características:
Pistao_diametro_c = 5.0/100; % [m]
Pistao_diametro_e=Pistao_diametro_c; % [m]
Pistao_curso=7.0/100; % [m]
Volume_camera = 1.40e-4; % [m³]

%% Volumes:
Ve_max = pi * Pistao_diametro_e^2 / 4 * Pistao_curso; % [m³]
Vc_max = pi * Pistao_diametro_c^2 / 4 * Pistao_curso; % [m³]

%% Volumes dos trocadores:
numero_tubos_e=12;
numero_tubos_c=7;
diametro_tubos=4/1000; % Diâmetro interno tubos [m]
diametro_r=5/100; % Diâmetro do regenerador [m] 4cm
comprimento_c= 14.52/100; % Comprimento médio dos tubos de compressão [m]
comprimento_e= 16.31/100; % Comprimento médio dos tubos de expansão [m]
comprimento_r= 8.5/100; % Comprimento regenerador [m]

```

```

Vk=numero_tubos_c*pi*((diametro_tubos^2)/4)*comprimento_c; % [m³] volume
representado pelos tubos na área de compressão
Vh=numero_tubos_e*pi*((diametro_tubos^2)/4)*comprimento_e; % [m³] volume
representado pelos tubos na área de expansão
V_r1=pi*((diametro_r^2)/4)*comprimento_r; % Volume do
Regenerador sem cilindro interno;
d_cil_reg=4/100; % [m]
cilindro interno do regenerador de 4 cm
V_cil_reg= pi*((d_cil_reg^2)/4)*comprimento_r; % [m³]
volume do cilindro interno

Vr=V_r1-V_cil_reg; % [m³] volume real do regenerador devido ao cilindro
interno

v_morto_c=0; % neste caso, os volumes mortos nos cilindros de compressão e
expansão são desprezíveis
v_morto_e=0;

%%
Ve_morto = v_morto_e + Vh; % [m³]
Vc_morto = v_morto_c + Vk; % [m³]
%% Temperatura de trabalho:
Tk = 30+273; % [K]
Th = 250+273; % [K]
Tamb = 25+273; % [K]

%% Eficiências térmicas:
e_reg = 1;

%% Características gerais:
pressao_montagem = 101325; % [Pa]
ang_fase = 90 * pi/180; % [rad]
rpm = 300; % [rpm]
freq = rpm / 60; % [Hz]

%% Dados do fluido de trabalho (AR)
alfa = 3.653;
beta = -1.337e-3;
gama = 3.294e-6;
delta = -1.913e-9;
epsilon = 0.2763e-12;
cp_Th = (alfa + beta*Th + gama*Th^2 + delta*Th^3 + epsilon*Th^4)*R_gas;
cp_Tk= (alfa + beta*Tk + gama*Tk^2 + delta*Tk^3 + epsilon*Tk^4)*R_gas;
cp_gas = (cp_Th + cp_Tk)/ 2;
cv_gas = cp_gas - R_gas;
gama_gas = cp_gas / cv_gas;

```

- **Função análise**

```

function [mat,dmat] = analise
%% Variáveis globais
global Th_linha Tk_linha Tr e_reg
global Tk Th
global R_gas cp_gas cv_gas gama_gas

%% Índices dos vetores
TC = 1; % Temperatura do espaço de compressão (K)

```

```

TE = 2; % Temperatura do espaço de expansão (K)
QK = 3; % Calor transferido para o cooler (J)
QR = 4; % Calor transferido para o regenerador (J)
QH = 5; % Calor transferido para o aquecedor (J)
WC = 6; % Trabalho realizado pelo espaço de compressão (J)
WE = 7; % Trabalho realizado pelo espaço de expansão (J)
W = 8; % Trabalho total (WC + WE) (J)
TCK = 17; % Temperatura da fronteira espaço de compressão / cooler (K)
THE = 18; % Temperatura da fronteira aquecedor / espaço de expansão (K)

%% Cálculos Preliminares dentro da análise
% Regeneracao e trocas térmica imperfeitas:
Th_linha = e_reg * (Th - Tk) + Tk;
Tk_linha = Th - e_reg * (Th - Tk);
% Calculos preliminares:
cv_gas = cp_gas - R_gas; % J/kg-K
gama_gas = cp_gas / cv_gas;
Tr_1 = (Th_linha - Tk) / log(Th_linha / Tk); % K
Tr_2 = (Th - Tk_linha) / log(Th / Tk_linha); % K
Tr = (Tr_1 + Tr_2)/2;

%% Inicio do algoritimo para calculo iterativo
pontos = 36;
dTheta = 2*pi/pontos;
epsilon = .01;
%Condições Iniciais
y(TE) = Th;
y(THE) = Th;
y(TC) = Tk;
y(TCK) = Tk;

%% Condições para o laço
iteracao = 0;
erro = 10;
while((iteracao < 20)&&(erro >= epsilon))
tc0 = y(TC);
te0 = y(TE);
Theta = 0;
y(QK) = 0;
y(QR) = 0;
y(QH) = 0;
y(WC) = 0;
y(WE) = 0;
y(W) = 0;

for i = 1 : pontos
    [Theta, y, dy] = rk4(Theta,dTheta,y);
end

erro = abs(y(TC) - tc0) + abs(y(TE) - te0);
iteracao = iteracao + 1;

end

if(iteracao >= 20)
    fprintf('Programa não convergiu após %d iterações.\n',iteracao) %
Verifica se programa convergiu ou não
return
end

```

```

% Início do ciclo para salvar os dados nas matrizes mat e dmat
Theta = 0;
y(QK) = 0;
y(QR) = 0;
y(QH) = 0;
y(WC) = 0;
y(WE) = 0;
y(W) = 0;
mat = zeros(22,pontos+1);
dmat = zeros(16,pontos+1);

for j = 1 : 22
    mat(j , 1) = y(j);
end

for j = 1 : 16
    dmat(j , 1) = dy(j);
end

for i = 2 : 1 : pontos+1
    [Theta, y, dy] = rk4(Theta,dTheta,y);
    for j = 1 : 22
        mat(j , i) = y(j);
    end
    for j = 1 : 16
        dmat(j , i) = dy(j);
    end
end
end

```

- **Função volume**

```

function [vc,ve,dvc,dve] = volume(Theta)
global Ve_max Vc_max Ve_morto Vc_morto % Volumes máximos de compressão e
expansão (m^3)
global ang_fase % angulo de fase entre pistões (rad)

ve = Ve_morto + 0.5 * Ve_max * (1 - cos(Theta));
vc = Vc_morto + 0.5 * Vc_max * (1 - cos(Theta - ang_fase));

% Diferencial de volume
dve = 0.5 * Ve_max * sin(Theta);
dvc = 0.5 * Vc_max * sin(Theta - ang_fase);

end

```

- **Função Runke-Kutta de 4° ordem**

```

function [x, y, dy] = rk4(x,dx,y)

n=7; % Número de equações diferenciais que devem ser resolvidas
x0 = x;
y0 = y;
[y,dy1] = feval('funcset',x0,y);

```

```

for i = 1:n
    y(i) = y0(i) + 0.5*dx*dy1(i);
end

xm = x0 + 0.5*dx;
[y,dy2] = feval('funcset',xm,y);

for i = 1:n
    y(i) = y0(i) + 0.5*dx*dy2(i);
end

[y,dy3] = feval('funcset',xm,y);

for i = 1:n
    y(i) = y0(i) + dx*dy3(i);
end

x = x0 + dx;
[y,dy] = feval('funcset',x,y);

for i = 1:n
    dy(i) = (dy1(i) + 2*(dy2(i) + dy3(i)) + dy(i))/6;
    y(i) = y0(i) + dx*dy(i);
end

```

- Função funcset

```

function [y,dy] = funcset(Theta,y)
%% Variáveis globais
global Vk Vr Vh
global Tk Th Tr Tk_linha Th_linha
global R_gas cp_gas cv_gas gama_gas M

%% Índices dos vetores
TC = 1; % Temperatura do espaço de compressão (K)
TE = 2; % Temperatura do espaço de expansão (K)
QK = 3; % Calor transferido para o cooler (J)
QR = 4; % Calor transferido para o regenerador (J)
QH = 5; % Calor transferido para o aquecedor (J)
WC = 6; % Trabalho realizado pelo espaço de compressão (J)
WE = 7; % Trabalho realizado pelo espaço de expansão (J)
W = 8; % Trabalho total (WC + WE) (J)
P = 9; % Pressão (Pa)
VC = 10; % Volume do espaço de compressão (m^3)
VE = 11; % Volume do espaço de expansão (m^3)
MC = 12; % Massa de gás no espaço de compressão (kg)
MK = 13; % Massa de gás no cooler (kg)
MR = 14; % Massa de gás no regenerador (kg)
MH = 15; % Massa de gás no aquecedor (kg)
ME = 16; % Massa de gás no espaço de expansão (kg)
TCK = 17; % Temperatura da fronteira espaço de compressão / cooler (K)
THE = 18; % Temperatura da fronteira aquecedor / espaço de expansão (K)

```

```

MFCK = 19; % Fluxo de massa através da fronteira espaço de compressão /
cooler (kg/rad)
MFKR = 20; % Fluxo de massa através da fronteira cooler / regenerador
(kg/rad)
MFRH = 21; % Fluxo de massa através da fronteira regenerador / aquecedor
(kg/rad)
MFHE = 22; % Fluxo de massa através da fronteira aquecedor / espaço de
expansão (kg/rad)

%% Cálculo do volume
[y(VC), y(VE), dy(VC), dy(VE)] = volume(Theta);

%% Pressão
y(P) = M * R_gas / (y(VC)/y(TC) + Vk/Tk + Vr/Tr + Vh/Th + y(VE)/y(TE));
% Diferencial da pressão
dy(P) = (-y(P) * (dy(VC)/y(TCK) + dy(VE)/y(THE))) / (y(VC) / (y(TCK) * gama_gas) +
Vk/Tk + Vr/Tr + Vh/Th + y(VE) / (y(THE) * gama_gas));

%% Acumulo de massa
y(MC) = y(P) * y(VC) / (R_gas * y(TC));
y(MK) = y(P) * Vk / (R_gas * Tk);
y(MR) = y(P) * Vr / (R_gas * Tr);
y(MH) = y(P) * Vh / (R_gas * Th);
y(ME) = y(P) * y(VE) / (R_gas * y(TE));

% Diferencial de massa
dy(MC) = (y(P) * dy(VC) + y(VC) * dy(P) / gama_gas) / (R_gas * y(TCK));
dy(ME) = (y(P) * dy(VE) + y(VE) * dy(P) / gama_gas) / (R_gas * y(THE));
dy(MK) = y(MK) * dy(P) / y(P);
dy(MR) = y(MR) * dy(P) / y(P);
dy(MH) = y(MH) * dy(P) / y(P);

%% Fluxo de massa entre as células
y(MFCK) = -dy(MC);
y(MFKR) = y(MFCK) - dy(MK);
y(MFHE) = dy(ME);
y(MFRH) = y(MFHE) + dy(MH);

%% Temperatura condicional
y(TCK) = Tk;

if(y(MFCK)>0)
    y(TCK) = y(TC);
end

y(THE) = y(TE);

if(y(MFHE)>0)
    y(THE) = Th;
end

%% Temperaturas
dy(TC) = y(TC) * (dy(P)/y(P) + dy(VC)/y(VC) - dy(MC)/y(MC));
dy(TE) = y(TE) * (dy(P)/y(P) + dy(VE)/y(VE) - dy(ME)/y(ME));

%% Cálculo do calor do regenerador
Tkr = Tk;
Trh = Th;

```

```

dy(QR) = Vr * dy(P) * cv_gas/R_gas - cp_gas * (Tkr * y(MFKR) - Trh *
y(MFRH));

%% Cálculo das temperaturas do Cooler e Heater com regenerador não ideal

if(y(MFKR)<0)
    Tkr = Tk_linha;
end

if(y(MFRH)>0)
    Trh = Th_linha;
end

%% Cálculo das energias
dy(QK) = Vk * dy(P) * cv_gas/R_gas - cp_gas * (y(TCK) * y(MFCK) - Tkr *
y(MFKR));
dy(QH) = Vh * dy(P) * cv_gas/R_gas - cp_gas * (Trh * y(MFRH) - y(THK) *
y(MFHE));
dy(WC) = y(P) * dy(VC);
dy(WE) = y(P) * dy(VE);

%% Trabalho líquido
dy(W) = dy(WC) + dy(WE);
y(W) = y(WC) + y(WE);

```